

Kurven Aufgabe 117

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8x - 10}{3x - 6}$$

Quotientenregel erste Ableitung:

$$u = 2x^2 - 8x - 10, u' = 4x - 8$$

$$v = 3x - 6, v' = 3$$

$$f'(x) = \frac{(4x - 8) * (3x - 6) - 3 * (2x^2 - 8x - 10)}{(3x - 6)^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x^2 - 48x + 48 - 6x^2 + 24x + 30}{(3x - 6)^2} = \frac{6x^2 - 24x + 78}{(3x - 6)^2}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$$u = 6x^2 - 24x + 78, u' = 12x - 24$$

$$v = (3x - 6)^2$$

Kettenregel:

$$v' = 2 * 3 * (3x - 6) = 6 * (3x - 6)$$

$$f''(x) = \frac{(12x - 24) * (3x - 6)^2 - 6 * (3x - 6) * (6x^2 - 24x + 78)}{(3x - 6)^4}$$

$$f''(x) = \frac{(3x - 6) * [(12x - 24)(3x - 6) - 6 * (6x^2 - 24x + 78)]}{(3x - 6)^4}$$

$$f''(x) = \frac{36x^2 - 144x + 144 - 36x^2 + 144x - 468}{(3x - 6)^3} = \frac{324}{(3x - 6)^3}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''(x) \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$$u = -324, u' = 0$$

$$f'''(x) = \frac{u'}{v} = \frac{0}{(3x - 6)^3} = 0 \text{ für alle } x \neq 2$$

Definitionsbereich: $-\infty < x < \infty, x \neq 2$

Wertebereich: $-\infty < f(x) < \infty$

Asymptoten:

$$\frac{2x^2 - 8x - 10}{-(2x^2 - 4)} : \frac{3x - 6}{3x - 6} = \frac{(2/3)x - 4/3}{1} - \frac{8}{3x - 6}$$
$$\frac{-4x}{-(-4x - + 8)} = \frac{-4x}{-8}$$

$$3x - 6 = 0 \quad | +6$$

$$3x = 6 \quad | :3$$

$$x = 2$$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$2x^2 - 8x - 10 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

p, q - Formel

$$p = -4, q = -5$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-5)}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 3$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -1 \quad \mathbf{N_1(5|0), N_2(-1|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f(0) = \frac{2 * 0^2 - 8 * 0 - 10}{3 * 0 - 6} = \frac{-8}{-6} = \frac{5}{3}$$

$$\mathbf{S_y(0|5/3)}$$

Extrempunkte:

$$6x^2 - 24x + 78 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

p, q - Formel

$$p = -4, q = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 12}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-8} \quad \text{--> keine Lösung --> **keine Extrempunkte**}$$

Wendepunkte:

$$-12 = 0 \quad \text{Widerspruch --> **keine Wendepunkte**}$$

Graph:

