Kurven Aufgabe 125

$\mathbf{f_{(x)} = \sqrt{16 - x^2}}$

$f_{(x)} = (16 - x^2)^{0,5}$

Kettenregel:

$f'_{(x)} = 0,5 * (-2x) * (16 - x^2)^{-0,5} = - x * (16 - x^2)^{-0,5}$

Produktregel zweite Ableitung:

$u = - x, u' = - 1$

$v = (16 - x^2)^{-0,5}$

Kettenregel:

$v' = - 0,5 * (- 2x) * (16 - x^2)^{-1,5} = x * (16 - x^2)^{-1,5}$

$f''_{(x)} = - 1 * (16 - x^2)^{-0,5} + x * (16 - x^2)^{-1,5} * (-x)$

$f''_{(x)} = - (16 - x^2)^{-0,5} - x^2 * (16 - x^2)^{-1,5}$

$$f''_{(x)} = \frac{-1}{(16 - x^2)^{0,5}} - \frac{x^2}{(16 - x^2)^{1,5}}$$

$$f''_{(x)} = \frac{-1}{(16 - x^2)^{0,5}} * \left(1 + \frac{x^2}{16 - x^2}\right)$$

$$f''_{(x)} = \frac{-1}{(16 - x^2)^{0,5}} * \left(\frac{16 - x^2 + x^2}{(16 - x^2)}\right) = \frac{-16}{(16 - x^2)^{1,5}}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = - 16, u' = 0$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{0}{(16 - x^2)^{1.5}} \neq 0 \text{ für alle } x \neq 4, - 4$$

Definitionsbereich: $\mathbf{-4 \leq x \leq 4}$

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am größten, wenn $x = 0$ (Extrempunkt)

$f_{(x)} = \sqrt{16 - x^2}$

$\sqrt{16 - 0} = 4$ --> $\mathbf{0 \leq f_{(x)} \leq 4}$

Symmetrie:

$f_{(-x)} = \sqrt{16 - (-x)^2} = \sqrt{16 - x^2} = f_{(x)}$ --> **achsensymmetrisch zur y-Achse**

Nullstellen:

$\sqrt{16 - x^2} = 0 \mid ^2$

$16 - x^2 = 0 \mid +x^2$

$x^2 = 16$

$x_{1,2} = \pm 4$

$x_1 = 4, x_2 = -4$ **$N_1(4|0)$, $N_2(-4|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_{(0)} = \sqrt{16 - 0^2} = 4$

$S_y(0|4)$

Extrempunkte:

$$\frac{-x}{(16 - x^2)^{0,5}} = 0 \mid *(16 - x^2)^{0,5}$$

$-x = 0 \mid *(-1)$

$x = 0, f_{(x)} = 4$

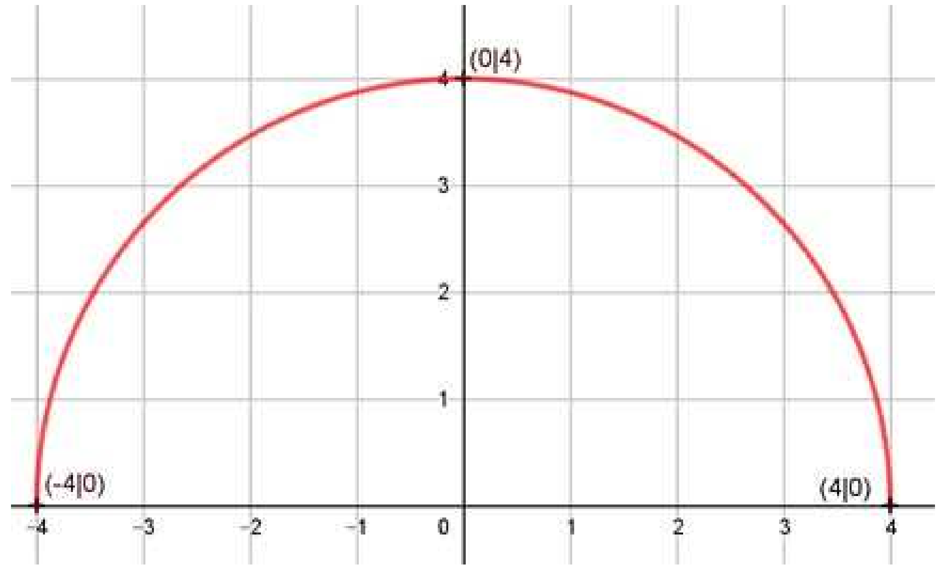
$f''_{(0)} = -\frac{16}{(16 - x^2)^{1,5}} < 0$ --> **Hochpunkt(0|4)**

Wendepunkte:

$$\frac{-16}{(16 - x^2)^{1,5}} = 0 \mid *(16 - x^2)^{1,5}$$

$-16 = 0$ Widerspruch --> **keine Wendepunkte**

Graph:



(0|4)
(-4|0)
(4|0)