Kurven Aufgabe 129

$$\mathbf{f_{(x)} = (x^2 - 1) * \sqrt{x}}$$

Produktregel erste Ableitung:

$u = x^2 - 1,\ u' = 2x$

$v = \sqrt{x} = x^{0,5},\ v' = 0,5 * x^{-0,5}$

$f'_{(x)} = 2x * x^{0,5} + 0,5 * x^{-0,5} * (x^2 - 1)$

$$f'_{(x)} = 2x * x^{0,5} - \frac{0,5 * x^2}{x^{0,5}} = \frac{2x * x + 0,5 * x^2 - 0,5}{x^{0,5}} = \frac{2,5x^2 - 0,5}{x^{0,5}}$$

$$f'(x) = \frac{5x^2 - 1}{2 * x^{0,5}}$$

Quotiententregel zweite Ableitung:

$u = 5x^2 - 1,\ u' = 10x$

$v = 2 * x^{0,5},\ v' = 2 * 0,5 * x^{-0,5} = x^{-0,5}$

$$f''_{(x)} = \frac{10x * 2 * x^{0,5} - x^{-0,5} * (5x^2 - 1)}{(2 * x^{0,5})^2} = \frac{20x * x^{0,5} - \frac{5x^2 - 1}{x^{0,5}}}{4x}$$

$$f''_{(x)} = \frac{20x^2 - 5x^2 + 1}{4x * x^{0,5}} = \frac{15x^2 - 1}{4x^{1,5}}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = 15x^2 - 1,\ u' = 30x$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{30x}{(4x)^{2.5}} \neq 0 \text{ für alle } x > 0$$

Definitionsbereich: $\mathbf{0 \leq x < \infty}$

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am kleinsten, wenn x = 0,45 (Extremum)

$f_{(0,45)} = -0,53$ --> $\mathbf{- 0,53 \leq f_{(x)} < \infty}$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$(x^2 - 1) * x^{0,5} = 0$

$x^2 - 1 = 0$ | +1

$x^2 = 1$ | √

$x_{1,2} = \pm 1$, $x_2 = -1$ außerhalb des Definitionsbereiches

$x^{0,5} = 0$

$x_3 = 0$ **N$_1$(0|0), N$_2$(1|0)**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_{(0)} = (0^2 - 1) * 0^{0,5} = 0$

S$_y$(0|0)

Extrempunkte:

$5x^2 - 1 = 0$ | +1

$5x^2 = 1$ |:5

$x^2 = 0,2$ |√

$x_{1,2} = \pm 0,45$, $x_2 = - 0,45$ außerhalb des Definitionsbereiches

$x_1 = 0,45$, $f_{(0,45)} = (0,45^2 - 1) * 0,45^{0,5} = - 0,53$

$f''_{(0,45)} = \dfrac{15 * 0,45^2 + 1}{4 * (0,45)^{1,5}} > 0$ --> **Tiefpunkt(0,45|-0,53)**

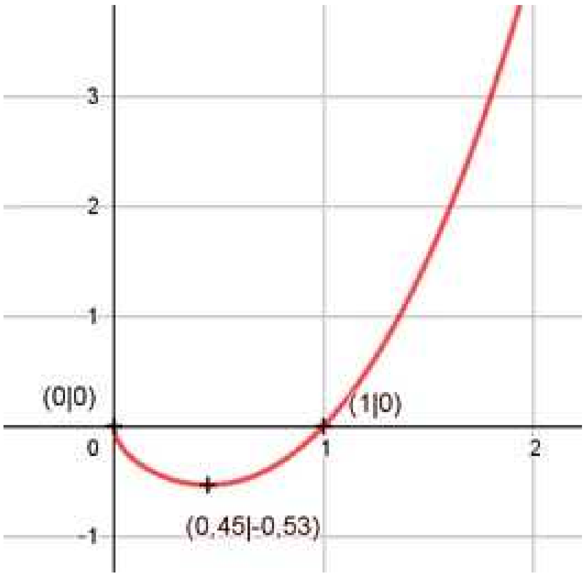
Wendepunkte:

$15x^2 + 1 = 0$ | -1

$15x^2 = - 1$ | :15

$x^2 = - 0,067$ |√ --> keine Lösumg --> **keine Wendepunkte**

Graph:


3
2
1
(0|0)
(1|0)
0
1
2
-1
(0,45|-0,53)