Kurven Aufgabe 133

$\mathbf{f_{(x)} = - 0{,}5 * \sqrt{x^3 + 1}} = - 0{,}5 * (x^3 + 1)^{0{,}5}$

Kettenregel erste Ableitung:

$f'_{(x)} = - 0{,}5 * 0{,}5 * 3x^2 * (x^3 + 1)^{-0{,}5} = - 0{,}75x^2 * (x^3 + 1)^{-0{,}5}$

Produktregel zweite Ableitung:

$u = - 0{,}75x^2,\ u' = - 1{,}5x$

$v = (x^3 + 1)^{-0{,}5}$

Kettenregel:

$v' = - 0{,}5 * 3x^2 * (x^3 + 1)^{-1{,}5} = - 1{,}5x^2 * (x^3 + 1)^{-1{,}5}$

$f''_{(x)} = - 1{,}5x * (x^3 + 1)^{-0{,}5} + (- 1{,}5x^2) * (x^3 + 1)^{-1{,}5} * (- 0{,}75x^2)$

$f''_{(x)} = - 1{,}5x * (x^3 + 1)^{-0{,}5} + 1{,}125x^4 * (x^3 + 1)^{-1{,}5}$

$$f''_{(x)} = \frac{- 1{,}5x}{(x^3 + 1)^{0{,}5}} + \frac{1{,}125x^4}{(x^3 + 1)^{1{,}5}} = \frac{- 1}{(x^3 + 1)^{0{,}5}} * \left(1{,}5x - \frac{1{,}125x^4}{(x^3 + 1)}\right)$$

$$f''_{(x)} = \frac{- 1}{(x^3 + 1)^{0{,}5}} * \frac{1{,}5x^4 + 1{,}5x - 1{,}125x^4}{(x^3 + 1)} = \frac{- 0{,}375x^4 - 1{,}5x}{(x^3 + 1)^{1{,}5}}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = - 0{,}375x^4 - 1{,}5x,\ u' = - 1{,}5x^3 - 1{,}5$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{- 1{,}5x^3 - 1{,}5}{(x^3 + 1)^{1.5}} \neq 0 \text{ für alle } x > - 1$$

Definitionsbereich: $\mathbf{- 1 \leq x < \infty}$

Wertebereich: $\mathbf{- \infty < f_{(x)} \leq 0}$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$- 0{,}5 * \sqrt{x^3 + 1} = 0 \mid : (-0{,}5)$

$\sqrt{x^3 + 1} = 0 \mid ^2$

$x^3 + 1 = 0 \mid -1$

$x^3 = -1 \mid \sqrt[3]{\ }$

$x = -1$ **N(-1|0)**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_{(0)} = -0,5 * \sqrt{0^3 + 1} = -0,5$

Sy(0|-0,5)

Extrempunkte:

$-0,75x^2 = 0 \mid : (-0,75x^2)$

$x^2 = 0 \mid \sqrt{\ }$

$x_{1,2} = 0$, $f_{(0)} = -0,5 * \sqrt{0^3 + 1} = -0,5$

$f''_{(0)} = -0,375 * 0^2 - 1,5 * 0 = 0$ --> **Sattelpunkt**

Wendepunkte:

$-0,375x^4 - 1,5x = 0$

$-0,375x * (x^3 + 4) = 0$

$-0,375x = 0 \mid :(-0,375)$

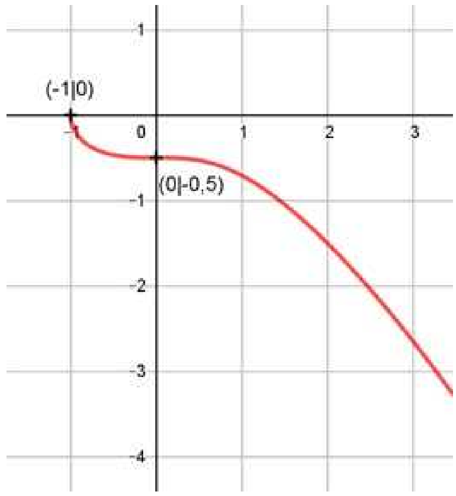
$x = 0$, $f_{(0)} = -0,5$ **WP(0|- 0,5)**

$x^3 + 4 = 0 \mid -4$

$x^3 = -4 \mid \sqrt[3]{\ }$

$x = -1,59$ --> außerhalb des Definitionsbereiches

Graph:


(-1|0)
(0|-0,5)
1
0
-1
-2
-3
-4
1
2
3