Kurven Aufgabe 143

$f_{(x)} = x^2 * e^{-x}$

Produktregel erste Ableitung:

$u = x^2$, $u' = 2x$

$v = e^{-x}$

Kettenregel:

$v' = - e^{-x}$

$f'_{(x)} = 2x * e^{-x} + (- e^{-x}) * x^2 = e^{-x} * (2x - x^2)$

Produktregel zweite Ableitung:

$u = e^{-x}$

Kettenregel:

$u' = - e^{-x}$

$v = 2x - x^2$, $v' = 2 - 2x$

$f''_{(x)} = - e^{-x} * (2x - x^2) + (2 - 2x) * e^{-x}$

$$f''_{(x)} = e^{-x} * (- 2x + x^2 + 2 - 2x) = e^{-x} * (x^2 - 4x + 2) = \frac{x^2 - 4x + 2}{e^x}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (begründung siehe Aufgabe 105)

$u = x^2 - 4x + 2$, $u' = 2x - 4$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{2x - 4}{e^x} \neq 0 \text{ für alle } x \neq 2$$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty$**

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am kleinsten, wenn $x = 0$ (Extremum)

$f_{(0)} = 0$ --> **$0 \leq f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten:

$$f_{(x)} = x^2 * e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} \text{ geht gegen 0 für } x \to \infty$$

$y = 0$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$x^2 * e^{-x} = 0 \mid :e^{-x}$

$x^2 = 0 \mid \sqrt{}$

$x_{1,2} = 0$ **N(0|0)** (Berührpunkt)

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

$f_{(0)} = 0^2 * e^{-0} = 0$

Sy(0|0)

Extrempunkte:

$e^{-x} * (2x - x^2) = 0 \mid :e^{-x}$

$x * (2 - x) = 0$

$x_1 = 0, f_{(0)} = 0$

$2 - x = 0 \mid +x$

$x_2 = 2, f_{(2)} = 2^2 * e^{-2} = 0{,}54$

$f''_{(0)} = e^{-0} * (0^2 - 4 * 0 + 2) > 0$ --> **Tiefpunkt (0|0)**

$f''_{(2)} = e^{-2} * (2^2 - 4 * 2 + 2) < 0$ --> **Hochpunkt (2|0,54)**

Wendepunkte:

$e^{-x} * (x^2 - 4x + 2) = 0 \mid :e^{-x}$

$x^2 - 4x + 2 = 0$

p, q - Formel

$p = -4, q = 2$

$x_{1,2} = \frac{-(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 2}$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$

$x_{1,2} = 2 \pm 1{,}41$

$x_1 = 3{,}41$, $f_{(3{,}41)} = 3{,}41^2 * e^{-3{,}41} = 0{,}38$ --> **WP(3,41|0,38)**

$x_2 = 0{,}59$, $f_{(0{,}59)} = 0{,}59^2 * e^{-0{,}59} = 0{,}19$ --> **WP(0,59|0,19)**

Graph: