Kurven Aufgabe 145

$\mathbf{f_{(x)} = 4 * x * e^{-(x^2/6)}}$

Produktregel erste Ableitung:

$u = 4x,\ u' = 4$

$v = e^{-(x^2/6)}$

Kettenregel:

$v' = (-\ 2/6)x * e^{-(x^2/6)} = -\ x/3 * e^{-(x^2/6)}$

$f'_{(x)} = 4 * e^{-(x^2/6)} + (-x/3) * e^{-(x^2/6)} * 4x = e^{-(x^2/6)} * (4 - 4x^2/3)$

Produktregel zweite Ableitung:

$u = e^{-(x^2/6)}$

Kettenregel:

$u' = (-\ 2/6)x * e^{-(x^2/6)} = -x/3 * e^{-(x^2/6)}$

$v = 4 - 4x^2/3,\ v' = -\ 8x/3$

$f''_{(x)} = -\ x/3 * e^{-(x^2/6)} * (4 - 4x^2/3) + (-\ 8x/3) * e^{-(x^2/6)}$

$f''_{(x)} = e^{-(x^2/6)} * (-\ 4x/3 + 4x^3/9 - 8x/3) = e^{-(x^2/6)} * (-\ 12x/3 + 4x^3/9)$

$$f''_{(x)} = \frac{4x^3/9 - 4x}{e^{x^2/6}}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = 4x^3/9 - 4x,\ u' = 4x^2/3 - 4$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{4x^2/3 - 4}{e^{x^2/6}} \neq 0 \text{ für alle } x \neq 0, \pm \text{v}3$$

Definitionsbereich: $\mathbf{-\ \infty < x < \infty}$

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am größten, wenn x = 1,73 (Extremum)

$f_{(1,73)}$ = 4,2, und am kleinsten, wenn x = - 1,73, $f_{(-1,73)}$ = - 4,2

--> $\mathbf{-\ 4{,}2 \leq f_{(x)} \leq 4{,}2}$

Asymptoten:

$$f_{(x)} = 4x * e^{-(x^2/6)} = \frac{4x}{e^{x^2/6}}$$ geht gegen 0 für x --> ± ∞

y = 0

Symmetrie:

$f_{(-x)} = 4 * (-x) * e^{-((-x)^2/6)} = - 4x * e^{-(x^2/6)} = - f_{(x)}$

--> **punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung**

Nullstellen:

$4x * e^{-(x^2/6)} = 0 \mid :e^{-(x^2/6)}$

$4x = 0 \mid :4$

$x = 0$ **N(0|0)**

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

$f_{(0)} = 4 * 0 * e^{-0^2/6} = 0$

Sy(0|0)

Extrempunkte:

$e^{-(x^2/6)} * (4 - 4x^2/3) = 0 \mid :e^{-(x^2/6)}$

$4 - 4x^2/3 = 0 \mid +4x^2/3$

$4x^2/3 = 4 \mid *3$

$4x^2 = 12 \mid :4$

$x^2 = 3 \mid \surd$

$x_{1,2} = \pm 1,73$

$x_1 = 1,73$, $f_{(1,73)} = 4 * 1,73 * e^{-(1,73^2/6)} = 4,2$

Wegen Punktsymmetrie $f_{(-1,73)} = - 4,2$

$f''_{(1,73)} = e^{-0^2/6} * (4 * 1,73^3/9 - 4 * 1,73) < 0$ --> **Hochpunkt (1,73|4,2)**

Wegen Punktsymmetrie --> **Tiefpunkt (- 1,73|- 4,2)**

Wendepunkte:

$e^{-(x^2/6)} * (4x^3 - 4x) = 0\ |\ :e^{-(x^2/6)}$

$4x^3/9 - 4x = 0$

$4x * (x^2/9 - 1) = 0$

$4x = 0\ |\ :$

$x_1 = 0$, $f(0) = 0$, **$WP_1(0|0)$**

$x^2/9 - 1 = 0\ |+1$

$x^2/9 = 1\ |\ *9$

$x^2 = 9\ |\sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm\ 3$, $f_{(3)} = 4 * 3 * e^{-3^2/6} = 2{,}7$ --> **$WP_2(3|2{,}7)$**

Wegen Punktsymmetrie --> **$WP_3(-3|-2{,}7)$**

Graph: