Kurven Aufgabe 147

$f_{(x)} = (2x^2 - 6x - 8) * e^{-2x}$

Produktregel erste Ableitung:

$u = 2x^2 - 6x - 8$, $u' = 4x - 6$

$v = e^{-2x}$

Kettenregel:

$v' = - 2 * e^{-2x}$

$f'_{(x)} = (4x - 6) * e^{-2x} + (- 2) * e^{-2x} * (2x^2 - 6x - 8)$

$f'_{(x)} = e^{-2x} * (4x - 6 - 4x^2 + 12x + 16) = e^{-2x} * (- 4x^2 + 16x + 10)$

Produktregel zweite Ableitung:

$u = e^{-2x}$

Kettenregel:

$u' = - 2 * e^{-2x}$

$v = - 4x^2 + 16x + 10$, $v' = - 8x + 16$

$f''_{(x)} = - 2 * e^{-2x} * (- 4x^2 + 16x + 10) + (- 8x +16) * e^{-2x}$

$f''_{(x)} = e^{-2x} * (8x^2 - 32x - 20 - 8x + 16) = e^{-2x} * (8x^2 - 40x - 4)$

$$f''_{(x)} = \frac{8x^2 - 40x - 4}{e^{2x}}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$u = 8x^2 - 40x - 4$, $u' = 16x - 40$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{16x - 40}{e^{2x}} \neq 0 \text{ für alle } x \neq 2{,}5$$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty$**

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am kleinsten, wenn $x = - 0{,}55$ (Extremum)

$f_{(-0,55)} = - 12{,}3$ --> **$- 12{,}3 \leq f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten:

$f_{(x)} = (2x^2 - 6x - 8) * e^{-2x} = \frac{2x^2 - 6x - 8}{e^{2x}}$ geht gegen 0 für x --> ∞

$y = 0$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$(2x^2 - 6x - 8) * e^{-2x} = 0 \mid :e^{-2x}$

$2x^2 - 6x - 8 = 0 \mid :2$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

p, q - Formel

$p = -3,\ q = -4$

$x_{1,2} = \frac{-(-3)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - (-4)}$

$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{6{,}25}$

$x_{1,2} = 1{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 4$

$x_2 = -1$ **$N_1(4|0), N_2(-1|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

$f_{(0)} = (2 * 0^2 - 6 * 0 - 8) * e^{-2 * 0} = -8$

$S_y(0|-8)$

Extrempunkte:

$e^{-2x} * (-4x^2 + 16x + 10) = 0 \mid :e^{-2x}$

$-4x^2 + 16x + 10 = 0 \mid :(-4)$

$x^2 - 4x - 2{,}5 = 0$

p, q - Formel

$p = -4,\ q = -2{,}5$

$x_{1,2} = \frac{-(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-2,5)}$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{6,5}$

$x_{1,2} = 2 \pm 2,55$

$x_1 = 4,55$

$x_2 = - 0,55$

$x_1 = 4,55$, $f_{(4,55)} = (2 * 4,55^2 - 6 * 4,55 - 8) * e^{-2 * 4,55} = 0,0007$

$x_2 = - 0,55$, $f_{(-0,55)} = (2 * (- 0,55)^2 - 6 * (- 0,55) - 8) * e^{-2 * (-0,55)} = - 12,3$

$f''_{(4,55)} = e^{-2*4,55} * (8 * 4,55^2 - 40 * 4,55 - 4) < 0$

--> **Hochpunkt (4,55|0,0007)**

$f''_{(-0,55)} = e^{-2*(-0,55)} * (8 * (-0,55)^2 - 40 * (-0,55) - 4) > 0$

--> **Tiefpunkt (- 0,55|- 12,3)**

Wendepunkte:

$e^{-2x} * (8x^2 - 40x - 4) = 0 \mid :e^{-2x}$

$8x^2 - 40x - 4 = 0 \mid :8$

$x^2 - 5x - 0,5 = 0$

p, q - Formel

$p = - 5$, $q = - 0,5$

$x_{1,2} = \frac{-(-5)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 - (-0,5)}$

$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,75}$

$x_{1,2} = 2,5 \pm 2,6$

$x_1 = 5,1$

$x_2 = - 0,1$

$x_1 = 5,1$, $f_{(5,1)} = (2 * 5,1^2 - 6 * 5,1 - 8) * e^{-2 *5,1} = 0,0005$

--> **WP_1(5,1|0,0005)**

$x_2 = -0{,}1$, $f_{(-0{,}1)} = (2 * (-0{,}1^2) - 6 * (-0{,}1) - 8) * e^{-2 *(-0{,}1)} = -9$

--> **WP_3(- 0,1|- 9)**

Graph: