

Kurven Aufgabe 154

$$f(x) = x^2 * \ln x$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = x^2, u' = 2x$$

$$v = \ln x, v' = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2x * \ln x + \frac{1}{x} * x^2 = 2x * \ln x + x = x * (2 * \ln x + 1)$$

Produktregel zweite Ableitung:

$$u = x, u' = 1$$

$$v = 2 * \ln x + 1, v' = \frac{2}{x}$$

$$f''(x) = 1 * (2 * \ln x + 1) + \frac{2}{x} * x = 2 * \ln x + 3$$

Dritte Ableitung:

$$f'''(x) = \frac{2}{x}$$

Definitionsbereich: $0 < x < \infty$

Wertebereich: $f(x)$ wird am kleinsten, wenn $x = 0,61$ (Extremum)

und $f_{(0,61)} = -0,18 \rightarrow -0,18 \leq f(x) < \infty$

Asymptoten: -

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$x^2 * \ln x = 0$$

$$x^2 = 0 \rightarrow |v$$

$x_{1,2} = 0 \rightarrow$ keine Lösung, außerhalb des Definitionsbereiches

$$\ln x = 0$$

$$x = e^0$$

$$x = 1 \quad \mathbf{N(1|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

Extrempunkte:

$$x * (2 * \ln x + 1) = 0$$

$x = 0$ --> keine Lösung außerhalb des Definitionsbereiches

$$2 * \ln x + 1 = 0 \quad | -1$$

$$2 * \ln x = -1 \quad | :2$$

$$\ln x = -0,5$$

$$x = e^{-0,5} = 0,61, f_{(0,61)} = 0,61^2 * \ln 0,61 = -0,18$$

$$f''_{(0,61)} = 2 * \ln(0,61) + 3 > 0 \quad \text{--> } \mathbf{\text{Tiefpunkt}(0,61|-0,18)}$$

Wendepunkte:

$$2 * \ln x + 3 = 0 \quad | -3$$

$$2 * \ln x = -3 \quad | :2$$

$$\ln x = -1,5$$

$$x = e^{-1,5} = 0,22, f_{(0,22)} = 0,22^2 * \ln(0,22) = -0,07$$

$$f'''_{(0,22)} = \frac{2}{0,22} \pm 0 \quad \text{--> } \mathbf{\text{WP}(0,22|-0,07)}$$

Graph:

