Kurven Aufgabe 156

$f_{(x)} = (\ln x)^2 - 1$

Kettenregel erste Ableitung:

$$f'_{(x)} = \frac{2 * \ln x}{x}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$$u = 2 * \ln x,\ u' = \frac{2}{x}$$

$v = x,\ v' = 1$

$$f''_{(x)} = \frac{\frac{2}{x} * x - 1 * 2 * \ln x}{x^2} = \frac{2 - 2 * \ln x}{x^2}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$$u = 2 - 2 * \ln x,\ u' = - \frac{2}{x}$$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{\frac{-2}{x}}{x^2} = \frac{-2}{x^3} \neq 0 \text{ für } x \neq 0$$

Definitionsbereich: **$0 < x < \infty$**

Wertebereich: f(x) wird am kleinsten, wenn x = 1 (Extremum)

und $f_{(1)} = -1$ --> **$-1 \leq f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten:

Für x --> 0 geht y --> ∞

$x = 0$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$(\ln x)^2 - 1 = 0 \ |+1$

$(\ln x)^2 = 1 \;|\sqrt{\;}$

$\ln x = \pm 1$

$x_1 = e^1 = 2{,}72$ **$N_1(2{,}72|0)$**

$x_2 = e^{-1} = 0{,}37$ **$N_2(0{,}37|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

Extrempunkte:

$$\frac{2 * \ln x}{x} = 0 \;|\; * x$$

$2 * \ln x = 0| :2$

$\ln x = 0$

$x = e^0 = 1,\; f_{(1)} = (\ln 1)^2 - 1 = -1$

$$f''_{(1)} = \frac{2 - 2 * \ln 1}{1^2} > 0$$ --> **Tiefpunkt $(1|-1)$**

Wendepunkte:

$$\frac{2 - 2 * \ln x}{x^2} = 0 \;|\; *x^2$$

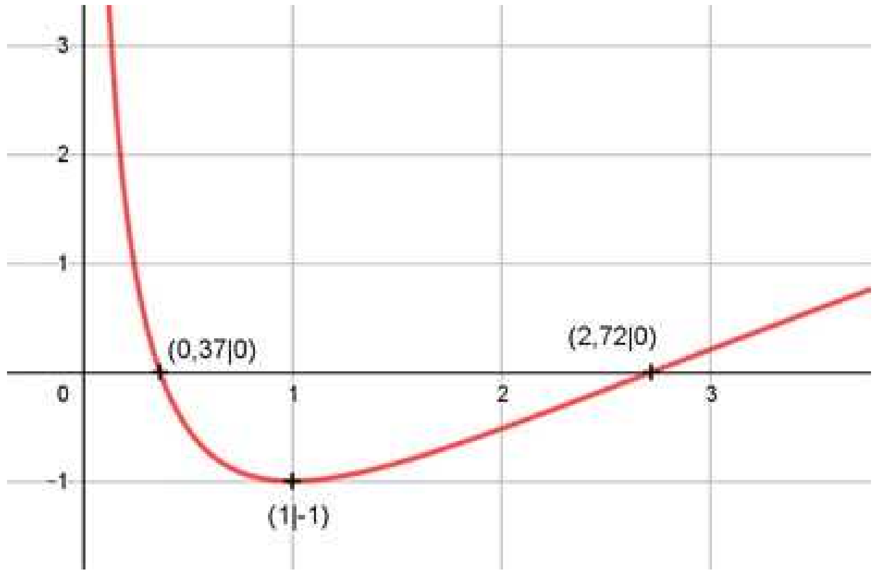
$2 - 2 * \ln x = 0| +2 * \ln x$

$2 * \ln x = 2 \;|\; :2$

$\ln x = 1$

$x = e = 2{,}72,\; f(e) = (\ln e)^2 - 1 = 0$ --> **$WP(2{,}72|0)$**

Graph:



3
2
1
0
-1
1
2
3
(0,37|0)
(2,72|0)
(1|-1)