Kurven Aufgabe 159

$$\mathbf{f_{(x)} = \frac{\ln x^2}{x}} = \frac{2 * \ln x}{x}$$

Quotientenregel erste Ableitung:

$$u = \ln x^2 = 2 * \ln x,\ u' = \frac{2}{x}$$

$$v = x,\ v' = 1$$

$$f'_{(x)} = \frac{\frac{2}{x} * x - 1 * \ln x^2}{x^2} = \frac{2 - \ln x^2}{x^2}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$$u = 2 - \ln x^2 = 2 - 2 * \ln x,\ u' = - \frac{2}{x}$$

$$v = x^2,\ v' = 2x$$

$$f''(x) = \frac{- \frac{2}{x} * x^2 - 2x * (2 - \ln x^2)}{x^4} = \frac{- 2 * x - 4 * x + 2x * 2 * \ln x}{x^4}$$

$$f'''_{(x)} = \frac{x * (- 2- 4 + 4 * \ln x)}{x^4} = \frac{4 * \ln x - 6}{x^3}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$$u = 4 * \ln x - 6,\ u' = \frac{4}{x}$$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{\frac{2}{x}}{x^3} = \frac{2}{x^4} \neq 0 \text{ für } x \neq 0$$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty$**

Wertebereich: **$- \infty < f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten: -

Für $x \to \pm \infty$ geht $f_{(x)} \to 0$

$y = 0$

Für $x \to 0$ geht $f_{(x)} \to \pm \infty$

$x = 0$

Symmetrie:

$$f_{(-x)} = \frac{\ln (-x)^2}{-x} = -\frac{\ln x^2}{x} = -f_{(x)}$$

--> **punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung**

Nullstellen:

$$\frac{\ln x^2}{x} = 0 \mid \cdot x$$

$\ln x^2 = 0$

$x^2 = e^0 = 1 \mid \sqrt{}$

$x_{1,2} = \pm 1$ **$N_1(1|0)$, $N_2(-1|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

Extrempunkte:

$$\frac{2 - \ln x^2}{x^2} = 0 \mid \cdot x^2$$

$2 - \ln x^2 = 0 \mid +2$

$\ln x^2 = 2$

$x^2 = e^2 \mid \sqrt{}$

$x_{1,2} = \pm e = \pm 2{,}72$

$x_1 = 2{,}72,\ f_{(2{,}72)} = \frac{\ln e^2}{2{,}72} = \frac{2}{2{,}72} = 0{,}74$

$f''_{(2{,}72)} = \frac{4 * \ln e - 6}{2{,}72} < 0$ --> **Tiefpunkt (2,72|0,74)**

$\ln e^{-2}$

Wegen Punktsymmetrie: **Hochpunkt (-2,72|-0,74)**

Wendepunkte:

$\frac{4 * \ln x - 6}{x^3} = 0 \mid *x^3$

$4 * \ln x - 6 = 0 \mid +6$

$4 * \ln x = 6 \mid :4$

$\ln x = 1{,}5$

$x = e^{1{,}5} = 4{,}48,\ f_{(4{,}48)} = \frac{\ln (e^{1{,}5})^2}{4{,}48} = 0{,}67$ --> **WP₁(4,48|0,67)**

Wegen Punktsymmetrie: **WP₂(-4,48|-0,67)**

Graph: