Kurven Aufgabe 169

$$\mathbf{f_{(x)} = \ln\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)} = \ln\left[(x + 1) * (x - 1)^{-1}\right]$$

Produkt- und Kettenregel erste Ableitung:

$u = x + 1,\ u' = 1$

$v = (x - 1)^{-1}$

Kettenregel:

$v' = - (x - 1)^{-2}$

$$g'_{(x)} = 1 * (x - 1)^{-1} + (- (x - 1)^{-2} * (x + 1) = \frac{1}{(x - 1)} - \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$$

$$g'_{(x)} = \frac{x - 1 - x - 1}{(x - 1)^2} = - \frac{2}{(x - 1)^2} = - 2 * (x - 1)^{-2}$$

$$f'_{(x)} = \frac{- 2 * (x - 1)^{-2}}{\frac{x + 1}{x - 1}} = \frac{- 2 * (x - 1)}{(x + 1) * (x - 1)^2} = \frac{- 2}{x^2 - 1} = - 2 * (x^2 -1)^{-1}$$

Produkt- und Kettenregel zweite Ableitung:

$$f''_{(x)} = - 2 * (- 2x) * (x^2 - 1)^{-2} = \frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$:

$u = 4 * x,\ u' = 4$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{4}{(x^2 - 1)^2} \text{ ist} \neq 0 \text{ für alle } x \neq \pm 1$$

Definitionsbereich: $\mathbf{- \infty < x < - 1}$ **und** $\mathbf{1 < x < \infty}$

Wertebereich: $\mathbf{- \infty < f_{(x)} < \infty}$ und $\mathbf{f_{(x)} \neq 0}$

Asymptoten:

Für $x \to 1$ geht $f_{(x)} \to \infty$

x = 1

Für x --> - 1 geht $f_{(x)}$ --> - ∞

x = - 1

Für y --> 0 geht x --> ∞

y = 0

Symmetrie: -

$$f(-x) = \ln \frac{1 - x}{1 - (-x)} = \ln \frac{1 - x}{1 + x} = \ln \left(\frac{1 + x}{1 - x}\right)^{-1} = -\ln \frac{1 + x}{1 - x} = -f_{(x)} \text{ -->}$$

punktsymmetrisch zur y-Achse

Nullstellen:

$$\ln \left(\frac{1 + x}{1 - x}\right) = 0$$

$$\frac{1 + x}{1 - x} = e^0 = 1 \mid +(x - 1)$$

$1 + x = 1 - x \mid +x$

$1 + 2x = 1 \mid -1$

$2x = 0 \mid :2$

x = 0 --> keine Lösung, liegt außerhalb des Definitionsbereiches -->

keine Nullstellen

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

Extrempunkte:

$$-\frac{2}{x^2 - 1} = 0 \mid *(x^2 - 1)$$

- 2 = 0 --> Widerspruch --> **keine Extrempunkte**

Wendepunkte:

$$\frac{4x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \mid * (x^2 - 1)^2$$

4x = 0 | :4

x = 0 --> keine Lösung, liegt außerhalb des Definitionsbereiches -->

keine Wendepunkte

Graph: