

Kurven Aufgabe 173

$$f(x) = x * \cos x \quad x \text{ im Bogenmaß}$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = x, u' = 1$$

$$v = \cos x, v' = -\sin x$$

$$f'(x) = 1 * \cos x + (-\sin x) * x = \cos x - x * \sin x$$

Summen- und Produktregel zweite Ableitung:

$$u = -x, u' = -1$$

$$v = \sin x, v' = \cos x$$

$$f''(x) = -\sin x + (-1 * \sin x + \cos x * (-x))$$

$$f''(x) = -\sin x - \sin x - x * \cos x = -2 * \sin x - x * \cos x$$

Summen- und Produktregel dritte Ableitung:

$$u = -x, u' = -1$$

$$v = \cos x, v' = -\sin x$$

$$f'''(x) = -2 * \cos x - 1 * \cos x - \sin x * (-x)$$

$$f'''(x) = x * \sin x - 3 * \cos x$$

Definitionsbereich: $0 \leq x \leq 2\pi$

Wertebereich: $-3,29 \leq f(x) \leq f_{(6,28)} = 6,28$ (für -3,29 siehe Extrempunkt)

Nullstellen:

$$x * \cos x = 0 \quad | : x$$

$$\cos x = 0$$

$$x_1 = \pi/2 = 1,57 \triangleq 90^\circ$$

$$x_2 = (3/2)\pi = 4,71 \triangleq 270^\circ$$

$N_1(1,57|0), N_2(4,71|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$0 * \cos 0 = 0$$

Sy (0|0)

Extrempunkte:

$$\cos x - x * \sin x = 0$$

Wertetabelle:

0	1	2	3	4	5	6	2π
1	-0,3	-2,2	-1,4	2,4	5,1	2,6	1

Vorzeichenwechsel zwischen 0 und 1, gewählt Nullstelle $x_{01} = 0,8$

Vorzeichenwechsel zwischen 3 und 4, gewählt Nullstelle $x_{02} = 3,35$

Näherungsverfahren von Newton:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = 0,8 - \frac{\cos 0,8 - 0,8 * \sin 0,8}{-2 * \sin 0,8 - 0,8 * \cos 0,8} = 0,8 - (-0,06) = 0,86$$

$$f_{(0,86)} = 0,86 * \cos 0,86 = 0,56$$

$$x_2 = 3,35 - \frac{\cos 3,35 - 3,35 * \sin 3,35}{-2 * \sin 3,35 - 3,35 * \cos 3,35} = 3,35 - (-0,08) = 3,43$$

$$f_{(3,43)} = 3,43 * \cos 3,43 = -3,29$$

$$f'_{(0,86)} = -2 * \sin 0,86 - 0,86 * \cos 0,86 < 0 \rightarrow \text{Hochpunkt (0,86|0,56)}$$

$$f'_{(3,43)} = -2 * \sin 3,43 - 3,43 * \cos 3,43 > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt (3,43|-3,29)}$$

Wendepunkte:

$$-2 * \sin x - x * \cos x = 0$$

Wertetabelle:

0	1	2	3	4	5	6	2π
0	-2,2	-1	2,7	4,1	0,5	-5,2	-2π

Nullstelle $x_1 = 0$

Vorzeichenwechsel zwischen 2 und 3, gewählt Nullstelle $x_{02} = 2,3$

Vorzeichenwechsel zwischen 5 und 6, gewählt Nullstelle $x_{03} = 5,2$

$$x_1 = 0, f_{(0)} = 0, f'''_{(0)} = 0 * \sin 0 - 3 * \cos 0 \neq 0 \rightarrow \mathbf{WP_1 (0|0)}$$

Näherungsverfahren von Newton:

$$x_1 = x_0 - \frac{f_{(x_0)}}{f'_{(x_0)}}$$

$$x_2 = 2,3 - \frac{-2 * \sin 2,3 - 2,3 * \cos 2,3}{2,3 * \sin 2,3 - 3 * \cos 2,3} = 2,3 - 0,01 = 2,29$$

$$f_{(2,29)} = 2,29 * \cos 2,29 = -1,51$$

$$x_3 = 5,2 - \frac{-2 * \sin 5,2 - 5,2 * \cos 5,2}{5,2 * \sin 5,2 - 3 * \cos 5,2} = 5,2 - 0,11 = 5,09$$

$$f_{(5,09)} = 5,09 * \cos 5,09 = 1,88$$

$$f'''_{(2,29)} = 2,29 * \sin 2,29 - 3 * \cos 2,29 \neq 0 \rightarrow \mathbf{WP_2 (2,29|-1,51)}$$

$$f'''_{(5,09)} = -5,09 * \sin 5,09 - 3 * \cos 5,09 \neq 0 \rightarrow \mathbf{WP_3 (5,09|1,88)}$$

Graph:

