Kurven Aufgabe 179

$f_{(x)} = 2 * x^2 * \cos x$ x im Bogenmaß

Produktregel erste Ableitung:

$u = 2 * x^2$, $u' = 4x$

$v = \cos x$, $v' = - \sin x$

$f'_{(x)} = 4x * \cos x - \sin x * 2x^2$

Summen- und 2mal-Produnktregel zweite Ableitung:

$u = 4x$, $u' = 4$

$v = \cos x$, $v' = - \sin x$

$f''_1 = 4 * \cos x + (- \sin x) * 4x = 4 * \cos x - 4x * \sin x$

$u = - 2x^2$, $u' = - 4x$

$v = \sin x$, $v' = \cos x$

$f''_2 = - 4x * \sin x + \cos x * (-2x^2) = - 4x * \sin x - 2x^2 * \cos x$

$f''_{(x)} = 4 * \cos x - 4x * \sin x - 4x * \sin x - 2x^2 * \cos x$

$f''_{(x)} = 4 * \cos x - 8x * \sin x - 2x^2 * \cos x$

Summen- und 2mal-Produktregel dritte Ableitung:

$u = - 8x$, $u' = - 8$

$v = \sin x$, $v' = \cos x$

$f'''_1 = - 8 * \sin x - 8x * \cos x$

$u = - 2x^2$, $u' = - 4x$

$v = \cos x$, $v' = - \sin x$

$f'''_2 = - 4x * \cos x + (- \sin x) * (- 2x^2) = - 4x * \cos x + 2x^2 * \sin x$

$f'''_{(x)} = - 4 * \sin x - 8 * \sin x - 8x * \cos x - 4x * \cos x + 2x^2 * \sin x$

$f'''(x) = - 12 * \sin x - 12x * \cos x + 2x^2 * \sin x$

Definitionsbereich: **$0 \le x \le 2\pi$**

Wertebereich:

$f_{(6,28)} = 2 * 6,28^2 * \cos 6,28 = 78,9$

$-23,3 \leq f_{(x)} \leq 78,9$ (siehe Extrempunkte)

Nullstellen:

$2 * x^2 * \cos x = 0$

$2 * x^2 = 0 \mid :2$

$x^2 = 0$

$x_{1,2} = 0$ **$N_{1,2}$ (0|0)**

$\cos x = 0$

$x_3 = \pi/2 = 1,57 \triangleq 90°$ **N_3 (1,57|0)**

$x_4 = (3/2)\pi = 4,71 \triangleq 270°$ **N_4 (4,71|0)**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_{(0)} = 2 * 0^2 * \cos 0 = 0$

Sy (0|0)

Extrempunkte:

$4x * \cos x - 2x^2 * \sin x = 0$

Wertetabelle:

0	1	2	3	4	5	6	2π
0	0,5	-10,6	-14,4	13,8	53,6	43,2	17,1

Nullstelle bei $x_1 = 0$

Vorzeichenwechsel zwischen 1 und 2, gewählt Nullstelle $x_{02} = 1,05$

Vorzeichenwechsel zwischen 3 und 4, gewählt Nullstelle $x_{03} = 3,51$

$x_1 = 0$, $f_{(0)} = 0$, $f''_{(0)} = 4 * \cos 0 - 8 * 0 * \sin 0 - 2 * 0^2 * \cos 0 > 0$

--> **Tiefpunkt (0|0)**

Näherungsverfahren von Newton:

$$x_1 = x_0 - \frac{f_{(x0)}}{f'_{(x0)}}$$

$$x_2 = 1{,}05 - \frac{4 * 1{,}05 * \cos 1{,}05 - 2 * 1{,}05^2 * \sin 1{,}05}{4 * \cos 1{,}05 - 8 * 1{,}05 * \sin 1{,}05 - 2 * 1{,}05^2 * \cos 1{,}05}$$

$x_2 = 1{,}05 - (- 0{,}03) = 1{,}08$

$f_{(1,08)} = 2 * 1{,}08^2 * \cos 1{,}08 = 1{,}1$

$$x_3 = 3{,}51 - \frac{4 * 3{,}51 * \cos 3{,}51 - 2 * 3{,}51^2 * \sin 3{,}51}{4 * \cos 3{,}51 - 8 * 3{,}51 * \sin 3{,}51 - 2 * 3{,}51^2 * \cos 3{,}51}$$

$x_3 = 3{,}51 - (- 0{,}14) = 3{,}65$

$f_{(3,65)} = 2 * 3{,}65^2 * \cos 3{,}65 = - 23{,}3$

$f''_{(1,08)} = 4 * \cos 1{,}08 - 8 * 1{,}08 * \sin 1{,}08 - 2 * 1{,}08^2 * \cos 1{,}08 < 0$

--> **Hochpunkt (1,08|1,1)**

$f''_{(3,65)} = 4 * \cos 3{,}65 - 8 * 3{,}65 * \sin 3{,}65 - 2 * 3{,}65^2 * \cos 3{,}65 > 0$

--> **Tiefpunkt (3,65|- 23,3)**

Wendepunkte:

$4 * \cos x - 8 * x * \sin x - 2 * x^2 * \cos x = 0$

Wertetabelle:

0	1	2	3	4	5	6	2π
4	-4,7	-12,9	10,5	42,5	25,3	-51,9	-74,9

Vorzeichenwechsel zwischen 2 und 3, gewählt Nullstelle $x_{01} = 2{,}55$

Vorzeichenwechsel zwischen 5 und 6, gewählt Nullstelle $x_{02} = 5{,}33$

Näherungsverfahren von Newton:

$$x_1 = x_0 - \frac{f_{(x0)}}{f'_{(x0)}}$$

$$x_1 = 2{,}55 - \frac{4 * \cos 2{,}55 - 8 * 2{,}55 * \sin 2{,}55 - 2 * 2{,}55^2 * \cos 2{,}55}{- 12 * \sin 2{,}55 - 12 * 2{,}55 * \cos 2{,}55 + 2 * 2{,}55^2 * \sin 2{,}55}$$

$x_1 = 2{,}55 - (-\ 0{,}15) = 2{,}7$

$f_{(2{,}7)} = 2 * 2{,}7^2 * \cos 2{,}7 = -\ 13{,}2$

$$x_2 = 5{,}33 - \frac{4 * \cos 5{,}33 - 8 * 5{,}33 * \sin 5{,}33 - 2 * 5{,}33^2 * \cos 5{,}33}{-\ 12 * \sin 5{,}33 - 12 * 5{,}33 * \cos 5{,}33 + 2 * 5{,}33^2 * \sin 5{,}33}$$

$x_2 = 5{,}33 - (-\ 0{,}06) = 5{,}39$

$f_{(5{,}39)} = 2 * 5{,}39^2 * \cos 5{,}39 = 36{,}4$

$f'''_{(2{,}7)} = -\ 12 * \sin 2{,}7 - 12 * 2{,}7 * \cos 2{,}7 + 2 * 2{,}7^2 * \sin 2{,}7 \neq 0$

--> **WP_1 (2,7|- 13,2)**

$f'''_{(5{,}33)} = -\ 12 * \sin 5{,}33 - 12 * 5{,}33 * \cos 5{,}33 + 2 * 5{,}33^2 * \sin 5{,}33 \neq 0$

--> **WP_2 (5,33|36,4)**

Graph: