Kurven Aufgabe 50

$f_{(x)} = (1/48)x^4 - x^2 + 9$

$f'_{(x)} = (1/12)x^3 - 2x$, $f''_{(x)} = 0{,}25x^2 - 2$, $f'''_{(x)} = 0{,}5x$

Definitionsbereich: **$-\infty < x < \infty$**

Wertebereich: **$-3 \leq f_{(x)} < \infty$** (siehe Extrempunkte)

Asymptoten: -

Symmetrie: nur gerade Exponenten -->

$f_{(-x)} = (1/48) * (-x)^4 - (-x)^2 + 9 = (1/48) * x^4 - x^2 + 9 = f_{(x)}$

--> **achsensymmetrisch zur y-Achse**

Nullstellen:

$(1/48)x^4 - x^2 + 9 = 0$

Substitution $z = x^2$

$(1/48)z^2 - z + 9 = 0 \quad |*48$

$z^2 - 48z + 432 = 0$

p, q - Formel:

$p = -48$, $q = 432$

$$z_{1,2} = \frac{-(-48)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-48}{2}\right)^2 - 432}$$

$z_{1,2} = 24 \pm \sqrt{144}$

$z_{1,2} = 24 \pm 12$

$z_1 = 36$

$z_2 = 12$

Rücksubstitution:

$36 = x_{1,2}^2 \quad |\sqrt{}$

$x_{1,2} = \pm 6$

$12 = x_{3,4}^2 \quad |\sqrt{}$

$x_{3,4} = \pm 3{,}46$

$N_1(6|0)$, $N_2(-6|0)$, $N_3(3{,}46|0)$, $N_4(-3{,}46|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_{(0)} = (1/48) * 0^4 - 0^2 + 9 = 9$

$S_y(0|9)$

Extrempunkte:

$(1/12)x^3 - 2x = 0 \mid *12$

$x^3 - 24x = 0$

$x * (x^2 - 24) = 0$

$x_1 = 0$, $f_{(0)} = 9$

$x^2 - 24 = 0 \mid +24$

$x^2 = 24 \mid \sqrt{}$

$x_{2,3} = \pm 4{,}9$, $f_{(4,9)} = (1/48) * 4{,}9^4 - 4{,}9^2 + 9 = - 3$

$f_{(-4,9)} = (1/48) * (-4{,}9)^4 - (-4{,}9)^2 + 9 = - 3$

$f''_{(0)} = 0{,}25 * 0^2 - 2 < 0$ --> **Hochpunkt (0|9)**

$f''_{(4,9)} = 0{,}25 * 4{,}9^2 - 2 > 0$ --> **Tiefpunkt (4,9|-3)**

$f''_{(-4,9)} = 0{,}25 * (-4{,}9)^2 - 2 < 0$ --> **Tiefpunkt (-4,9|-3)**

Wendepunkt:

$0{,}25x^2 - 2 = \mid +2$

$0{,}25x^2 = 2 \mid :0{,}25$

$x^2 = 8 \mid \sqrt{}$

$x_{1,2} = \pm 2{,}83$

$x_1 = 2{,}83$, $f_{(2,83)} = (1/48) * 2{,}83^4 - 2{,}83^2 + 9 = 2{,}33$

$x_2 = - 2{,}83$, $f_{(-2,83)} = (1/48) * (-2{,}83)^4 - (-2{,}83)^2 + 9 = 2{,}33$

$f'''_{(2,83)} \neq 0$ --> **Wendepunkt (2,83|2,33)**

$f'''_{(-2,83)} \neq 0$ --> **Wendepunkt (-2,83|2,33)**

Graph: