Kurven Aufgabe 60

$f_{(x)} = - x^4 + 4x^2$

$f'_{(x)} = - 4x^3 + 8x$, $f''_{(x)} = - 12x^2 + 8$, $f'''_{(x)} = -24x$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty$**

Wertebereich: **$- \infty < f(x) \leq 4$** (siehe Extrempunkte)

Asymptoten: -

Symmetrie:

$f_{(-x)} = - (-x)^4 + (-x)^2 = - x^4 + x^2 = f_{(x)}$

--> **achsensymmetrisch zur y-Achse**

Nullstellen:

$- x^4 + 4x^2 = 0$

$- x^2 * (x^2 - 4) = 0$

$- x^2 = 0 \quad |:(-1)$

$x^2 = 0$

$x_{1,2} = 0$ (Berührpunkt, Extrempunkt)

$x^2 - 4 = 0 \; |+4$

$x^2 = 4 \; |\sqrt{}$

$x_{3,4} = \pm 2$

$N_{1,2}$ (0|0), N_3(2|0), N_4(-2|0)

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_{(0)} = - 0^4 + 4 * 0^2 = 0$

S_y(0|0)

Extrempunkte:

$- 4x^3 + 8x = 0$

$-x * (4x^2 - 8) = 0$

$-x = 0 \; | \; :(-1)$

$x_1 = 0$, $f(0) = 0$

$4x^2 - 8 = 0$ |+8

$4x^2 = 8$ |:4

$x^2 = 2$ |√

$x_{2,3} = \pm 1{,}41$, $f_{(1{,}41)} = -(1{,}41)^4 + 4 * (1{,}41)^2 = 4$

$f_{(-1{,}41)} = 4$ wegen Achsensymmetrie

$f''_{(0)} = -12 * 0 + 8 > 0$ --> **Tiefpunkt (0|0)**

$f''_{(1{,}41)} = -12 * 1{,}41 + 8 < 0$ --> **Hochpunkt (1,41|4)**

$f''_{(-1{,}41)} = -12 * (-1{,}41) + 8 < 0$ --> **Hochpunkt (-1,41|4)**

Wendepunkte:

$-12x^2 + 8 = 0$ |+ (-1)

$12x^2 - 8 = 0$ |+8

$12x^2 = 8$ | :12

$x^2 = 2/3$ |√

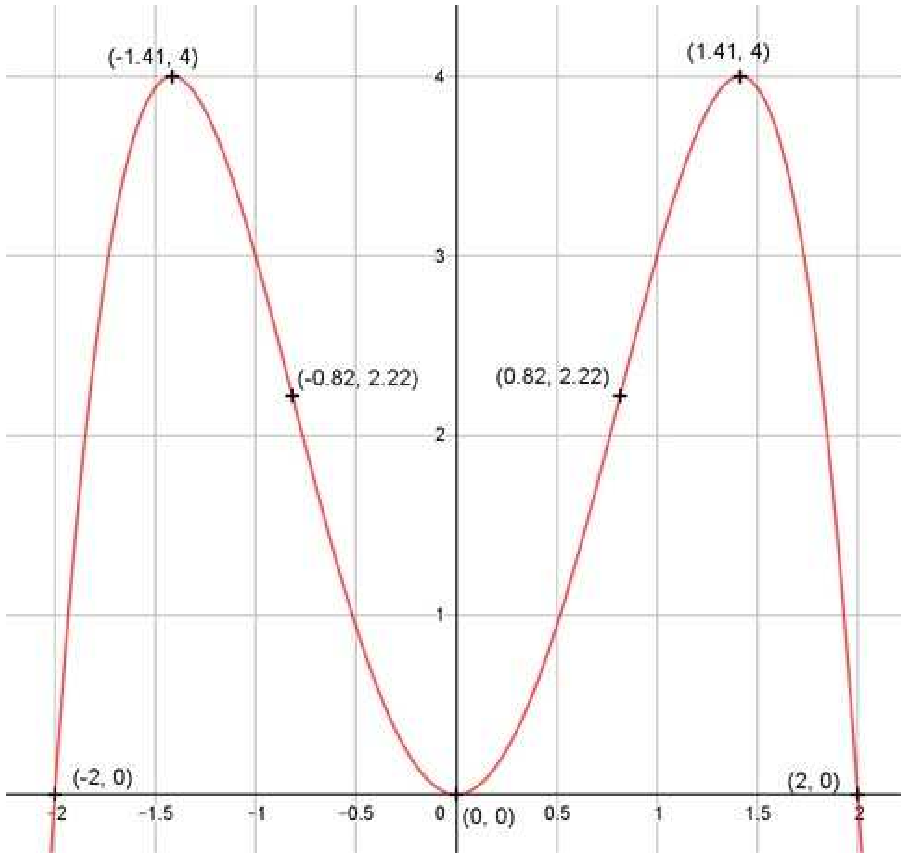
$x_{1,2} = \pm 0{,}82$, $f_{(0{,}82)} = -0{,}82^4 + 4 * 0{,}82^2 = 2{,}22$

$f_{(-0{,}82)} = 2{,}22$ wegen Achsensymmetrie

$f'''_{(0{,}82)} = -24 * 0{,}82 \neq 0$ --> **Wendepunkt (0,82|2,22)**

$f'''_{(-0{,}82)} = -24 * (-0{,}82) \neq 0$ --> **Wendepunkt (-0,82|2,22)**

Graph:



(-1.41, 4)
(1.41, 4)
(-0.82, 2.22)
(0.82, 2.22)
(-2, 0)
(2, 0)
(0, 0)
4
3
2
1
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2