Kurven Aufgabe 63

$f_{(x)} = x^5 + x^3 - 12x$

$f'_{(x)} = 5x^4 + 3x^2 - 12$, $f''_{(x)} = 20x^3 + 6x$, $f'''_{(x)} = 60x^2 + 6$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty$**

Wertebereich: **$- \infty < f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten: -

Symmetrie: nur ungerade Exponenten

$f_{(-x)} = (-x)^5 + (-x)^3 - 12 * (-x) = - (x^5 + x^3 - 12x = - f_{(x)}$

--> **punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung**

Nullstellen:

$x^5 + x^3 - 12x = 0$

$x * (x^4 + x^2 - 12) = 0$

$x_1 = 0$

$x^4 + x^2 - 12 = 0$

Substitution:

$x^2 = z$

$z^2 + z - 12 = 0$

p, q - Formel:

$p = 1, q = - 12$

$z_{1,2} = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-12))}$

$z_{1,2} = - 0,5 \pm \sqrt{12,25}$

$z_{1,2} = - 0,5 \pm 3,5$

$z_1 = 3$

Rücksubstitution:

$x_{2,3}{}^2 = 3 \; |\sqrt{\ }$

$x_{2,3} = \pm 1{,}73$

$z_2 = -2$

Rücksubstitution:

$x_{4,5}^2 = -2$ --> keine weiteren Nullstellen

N_1 (0|0), N_2(1,73|0), N_3(-1,73|0)

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f(0) = 0^5 + 0^3 - 12 * 0 = 0$

S_y(0|0)

Extrempunkte:

$5x^4 + 3x^2 - 12 = 0$

Substitution:

$x^2 = z$

$5z^2 + 3z - 12 = 0$

A, B, C - Formel:

A = 5, B = 3, C = - 12

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4*5*(-12)}}{2 * 5} = \frac{-3 \pm \sqrt{249}}{10}$$

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm 15{,}78}{10}$$

$z_1 = 1{,}28$

Rücksubstitution:

$x_{1,2}^2 = 1{,}28 \mid \sqrt{\ }$

$x_{1,2} = \pm 1{,}13$, $f_{(1,13)} = 1{,}13^5 + 1{,}13^3 - 12 * 1{,}13 = -10{,}27$

$f_{(-1,13)} = 10{,}27$ wegen Punktsymmetrie

$z_2 = -1{,}88$

Rücksubstitution:

$x_{3,4}^2 = - 1,88$ --> keine weiteren Lösungen

$f''_{(1,13)} = 20 * 1,13^3 + 6 * 1,13 > 0$ --> **Tiefpunkt (1,13|-10,27)**

$f''_{(1,13)} = 20 * (-1,13)^3 + 6 * (-1,13) < 0$ --> **Tiefpunkt (-1,13|10,27)**

Wendepunkte:

$20x^3 + 6x = 0$

$x * (20x^2 + 6) = 0$

$x_1 = 0,\ f_{(0)} = 0$

$20x^2 + 6 = 0 \ |-6$

$20x^2 = -6 \ | :20$

$x^2 = - 0,3$ --> keine weiteren Lösungen

$f'''_{(0)} = 60 * 0^2 + 6 \neq 0$ --> **Wendepunkt (0|0)**

Graph: