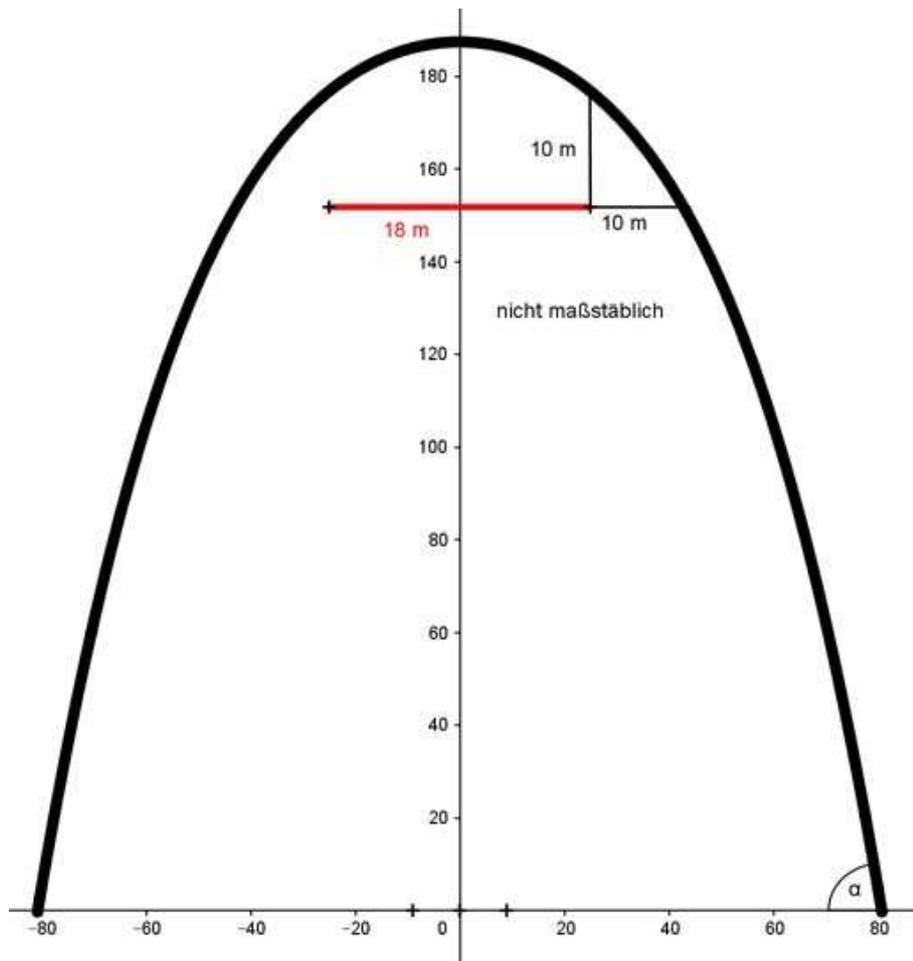


## Kurven Aufgabe 71

Der Innenbogen eines parabelförmigen Bauwerks wird durch die Gleichung  $f(x) = 187,5 - 0,01579x^2 - 0,000001988x^4$  beschrieben.

- Wie hoch und wie breit ist der Bogen?
- Unter welchem Innenwinkel  $\alpha$  trifft der rechte Bogen auf die Grundfläche?
- In welcher Höhe kann ein Flugzeug mit einer Breite von 18 m durch den Bogen fliegen, wenn ein vertikaler und horizontaler Sicherheitsabstand von 10 m zu dem Bogen vorgeschrieben ist?



a)

Die Exponenten der Funktionsgleichung sind gerade --> der Bogen ist achsensymmetrisch zur y-Achse --> der höchste Punkt liegt auf der y-Achse und hat die x-Koordinate 0.

$$f(0) = 187,5 - 0,01579 * 0^2 - 0,000001988 * 0^4 =$$

$$= \mathbf{187,5 \text{ m} = \text{Höhe des Bogens}}$$

Die Breite des Bogens entspricht dem Abstand der Nullstellen der Funktion.

$$187,5 - 0,01579 x^2 - 0,000001988x^4 = 0$$

Substitution:

$$x^2 = z$$

$$- 0,000001988 z^2 - 0,01579 x + 187,5 = 0$$

A, B, C - Formel:

$$A = - 0,000001988, B = - 0,01579, C = 187,5$$

$$z_{1,2} = \frac{- (- 0,01579) \pm \sqrt{(-0,01579)^2 - 4 \cdot (-0,000001988) \cdot 187,5}}{2 \cdot (-0,000001988)} =$$

$$z_{1,2} = \frac{0,01579 \pm \sqrt{0,00174}}{- 0,000003976}$$

$$z_{1,2} = \frac{0,01579 \pm 0,0417}{- 0,000003976}$$

$$z_1 = 6\,516,6$$

$$z_2 = - 14\,459$$

Rücksubstitution:

$$6\,516,6 = x^2 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$x_{1,2} = \pm 80,7$$

$$- 14\,459 = x^2 \quad \text{--> keine weiteren Nullstellen}$$

Die **Breite des Bogens** beträgt  $2 \cdot 80,7 \text{ m} = \mathbf{161,4 \text{ m}}$

b)

Der gesuchte Winkel entspricht dem Anstieg der Tangente in der Nullstelle.

$$f'(x) = \tan \alpha = - 0,03158x - 0,000007952x^3$$

$$f'_{(80,7)} = - 0,03158 \cdot 80,7 - 0,000007952 \cdot 80,7^3 = - 6,7277 \quad \text{-->}$$

$$\mathbf{\alpha = 80,95^\circ}$$

c)

Soll horizontal ein Abstand von 10 m eingehalten werden, dann muss die Mitte des Flugzeugs 19 m vom Bogen entfernt sein.

$$f_{(19)} = 187,5 - 0,01579 * 19^2 - 0,000001988 * 19^4 = 181,54 \text{ m -->}$$

Fliegt das Flugzeug in einer Höhe  $< 181,54 \text{ m}$ , dann ist es horizontal mehr als  $10 \text{ m}$  vom Bogen entfernt.

Ohne horizontalen und vertikalen Abstand zum Bogen ist die Mitte des Flugzeugs  $9 \text{ m}$  vom Bogen entfernt.

$$f_{(9)} = 187,5 - 0,01579 * 9^2 - 0,000001988 * 9^4 = 186,22 \text{ m -->}$$

Fliegt das Flugzeug **in einer Höhe von** ( $186,22 \text{ m} - 10 \text{ m} = \mathbf{176,22 \text{ m}}$ ), dann ist es vertikal  $10 \text{ m}$  vom Bogen entfernt. Da  $176,22 \text{ m} < 181,54 \text{ m}$ , ist es horizontal mehr als  $10 \text{ m}$  vom Bogen entfernt.