Kurven Aufgabe 75

Eine Kostenfunktion 3. Grades hat einen Wendepunkt bei (4|30), und dort eine Steigung von 0,2. Die fixen Kosten betragen 10 GE.
a) Berechnen Sie Gewinnschwelle und -grenze, wenn der Erlös 8,3 GE/ME beträgt.
b) Wie hoch ist der maximale Gewinn G?

a)

x = Mengeneinheiten ME

$G_{(x)} = E_{(x)} - K_{(x)}$

$E_{(x)} = 8{,}3 * x$ GE

$K_{(x)} = Kv_{(x)} + K_f$

$K_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$K'_{(x)} = 3ax^2 + 2bx + c$

$K''_{(x)} = 6ax + 2b$

Bedingungen:

$K_{(0)} = 10$ --> $d = 10$

$K_{(4)} = 30$ --> $30 = a * 4^3 + b * 4^2 + c * 4 + 10$

$= 64a + 16b + 4c + 10 = 30 \mid -10$

$= 64a + 16b + 4c = 20$ (1)

$K'_{(4)} = 0{,}2$ --> $3a * 4^2 + 2b * 4 + c$

$= 48a + 8b + c = 0{,}2$ (2)

$K''_{(4)} = 0$ --> $6a * 4 + 2b = 24a + 2b = 0$ (3)

(1) + (2) * (-4)

$64a + 16b + 4c = 20$
$-192a - 32b - 4c = -0{,}8$

$-128a - 16b = 19{,}2$ (4)

(4) + (3) * (8)

$- 128a - 16b = 19,2$
$192a + 16b = 0$

$64a = 19,2 \mid :64$

$a = 0,3$

In (3) eingesetzt:

$24 * 0,3 + 2b = 0 \mid -7,2$

$2b = - 7,2 \mid ;2$

$b = - 3,6$

In (1) eingesetzt:

$64 * 0,3 + 16 * (-3,6) + 4c = 20$

$19,2 - 57,6 + 4c = 20 \mid + 38,4$

$4c = 58,4 \mid :4$

$c = 14,6$

$K_{(x)} = 0,3x^3 - 3,6x^2 + 14,6x + 10$

$G_{(x)} = 8,3x - (0,3x^3 - 3,6x^2 + 14,6x + 10)$

$G_{(x)} = - 0,3x^3 + 3,6x^2 - 6,3x - 10$

$G'_{(x)} = - 0,9x^2 + 7,2x - 6,3$

$G'_{(x)} = - 1,8x + 7,2$

$G_{(x)} = 0$

Am Graphen ungefähr abgelesen:

$x_1 = 3,6$, $x_2 = 9,4$

Näherungsverfahren von Newton:

$$x_1 = x_0 - \frac{G_{(x0)}}{G'_{(x0)}}$$

$$x_{1'} = 3{,}6 - \frac{0{,}0208}{7{,}956} = \mathbf{3{,}6\ ME = Gewinnschwelle}$$

$$x_{2'} = 9{,}4 - \frac{-\,0{,}2992}{-\,18{,}144} = \mathbf{9{,}38\ ME = Gewinngrenze}$$

b)

$G'_{(x)} = -\,0{,}9x^2 + 7{,}2x - 6{,}3$

$G''_{(x)} = -\,1{,}8x + 7{,}2$

A, B, C - Formel:

A = - 0,9, B = 7,2, C = - 6,3

$$x_{1,2} = \frac{-\,7{,}2 \pm \sqrt{(7{,}2)^2 - 4*(-0{,}9)*(-6{,}3)}}{2 * (-0{,}9)} = \frac{-\,7{,}2 \pm \sqrt{29{,}16}}{-\,1{,}8}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\,7{,}2 \pm 5{,}4}{-\,1{,}8}$$

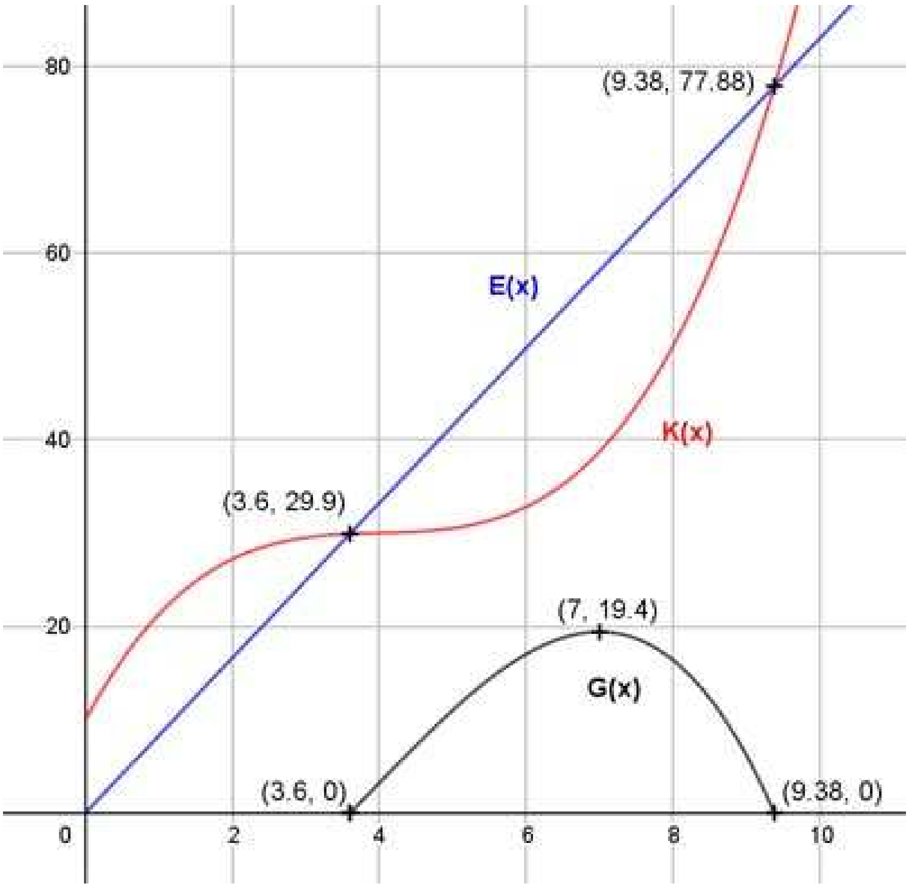
$x_1 = 1$

$x_2 = 7$, $G_{(7)} = 19{,}4$

$G''_{(1)} = -\,1{,}8 * 1 + 7{,}2 > 0$ --> Tiefpunkt

$G''_{(7)} = -\,1{,}8 * 7 + 7{,}2 < 0$ --> **Hochpunkt (7 ME|19,4 GE)**

Bei einem Verkauf von 7 ME erzielt der Betrieb den Höchstgewinn von 19,4 GE.


80
60
40
20
0
2
4
6
8
10
(9.38, 77.88)
E(x)
K(x)
(3.6, 29.9)
(7, 19.4)
G(x)
(3.6, 0)
(9.38, 0)