Kurven Aufgabe 77

Die Tagestemperatur O an der Oberfläche eines Sees lässt sich durch
$O_{(t)} = -(1/300)t^3 + (3/25)t^2 - (27/25)t + 19$
beschreiben, wenn O die Temperatur in °C und t die Zeit in Stunden angibt.
a) Wie hoch ist die Temperatur im Wendepunkt des Graphen?
b) Nach wie viel Stunden betrug die Temperatur 18°C?
c) Wann war die Temperatur am höchsten?
d) Wie groß war die Temperaturdifferenz an diesem Tag?

a) $O'_{(t)} = -0{,}01t^2 + 0{,}24t - 1{,}08$

$O''_{(t)} = -0{,}02t + 0{,}24$

$-0{,}02t + 0{,}24 = 0 \mid -0{,}02t$

$0{,}02t = 0{,}24 \mid :0{,}02$

t = 12 Stunden, **$O_{(12)} = 17{,}56$ °C**

b)

$18 = (1/300)t^3 + (3/25)t^2 - (27/25t) + 19 \mid -18$

$(1/300)t^3 + (3/25)t^2 - (27/25)t + 1 = 0$

Wertetabelle:

t	0	1	2	13	14	20	21	22
O	19	18,037	17,3	17,9	18,25	18,7	18,4	17,8

Funktionswert 18° zwischen 1 und 2 --> gewählt t = 1

Funktionswert 18° zwischen 13 und 14 --> gewählt t = 13,3

Funktionswert 18° zwischen 21 und 22 --> gewählt t = 21,7

Newton Näherungsverfahren:

$$t_1 = 1 - \frac{O_{(1)} - 18}{O'_{(1)}} = 1 - \frac{18{,}037 - 18}{-0{,}85} = 1{,}04$$

$$t_2 = 13{,}3 - \frac{O_{(13,3)} - 18}{O'_{(13,3)}} = 13{,}3 - \frac{18{,}021 - 18}{0{,}343} = 13{,}24$$

$$t_3 = 21{,}7 - \frac{O_{(21,7)} - 18}{O'_{(21,7)}} = 21{,}7 - \frac{18{,}01 - 18}{-0{,}581} = 21{,}72$$

Die Temperatur von 18°C wird nach 1,04, nach 13,24 und nach 21,72 Stunden erreicht.

c)

$- 0{,}01t^2 + 0{,}24t - 1{,}08 = 0 \mid :(-0{,}01)$

$t^2 - 24t + 108 = 0$

p, q - Formel:

$p = -24,\ q = 108$

$t_{1,2} = \frac{-(24)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-24}{2}\right)^2 - 108}$

$t_{1,2} = 12 \pm \sqrt{36}$

$t_{1,2} = 12 \pm 6$

$t_1 = 18,\ O_{(18)} = -(1/300) * 18^3 + (3/25) * 18^2 - (27/25) * 18 + 19 = 19°$

$t_2 = 6,\ O_{(6)} = -(1/300) * 6^3 + (3/25) * 6^2 - (27/25) * 6 + 19 = 16{,}12°$

$O''_{(18)} = -0{,}02 * 18 + 0{,}24 < 0$ --> Hochpunkt (18|19)

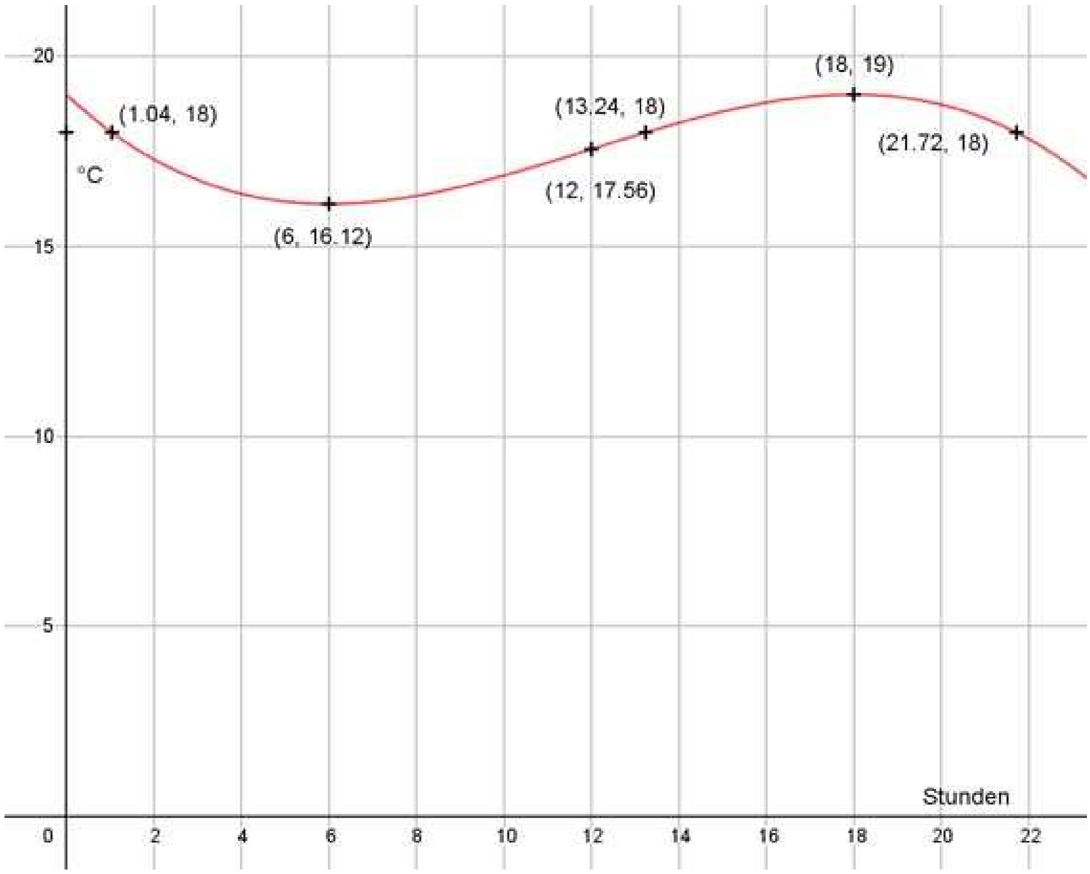
$O''_{(6)} = -0{,}02 * 6 + 0{,}24 > 0$ --> Tiefpunkt (6|16,12)

Nach 18 Stunden ist die Temperatur maximal und beträgt 19°.

d)

Die Temperaturdifferenz an diesem Tag beträgt

19° - 16,12° = 2,88°C.



20
15
10
5
0
°C
(1.04, 18)
(6, 16.12)
(12, 17.56)
(13.24, 18)
(18, 19)
(21.72, 18)
Stunden
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22