Kurven Aufgabe 83

Ein Betrieb arbeitet mit der Kostenfunktion
$K_{(x)} = x^3 - 5x^2 + 11x + 5$
und mit der Erlösfunktion $E_{(x)} = 10x$.
a) Wie hoch ist der maximale Gewinn?
b) Bei welcher Produktionsmenge liegt das Betriebsoptimum?
c) Bei welcher Produktionsmenge liegt das Betriebsminimum?

a)

$G_{(x)} = 10x - (x^3 - 5x^2 + 11x + 5)$

$G_{(x)} = - x^3 + 5x^2 - x - 5$

$G'_{(x)} = - 3x^2 + 10x - 1$

$G''_{(x)} = - 6x + 10$

$- 3x^2 + 10x - 1 = 0$

A, B, C - Formel:

A = - 3, B = 10, C = - 1

$$x_{1,2} = \frac{- 10 \pm \sqrt{10^2-4*(-3)*(-1)}}{2 * (-3)} = \frac{12 \pm \sqrt{88}}{- 6}$$

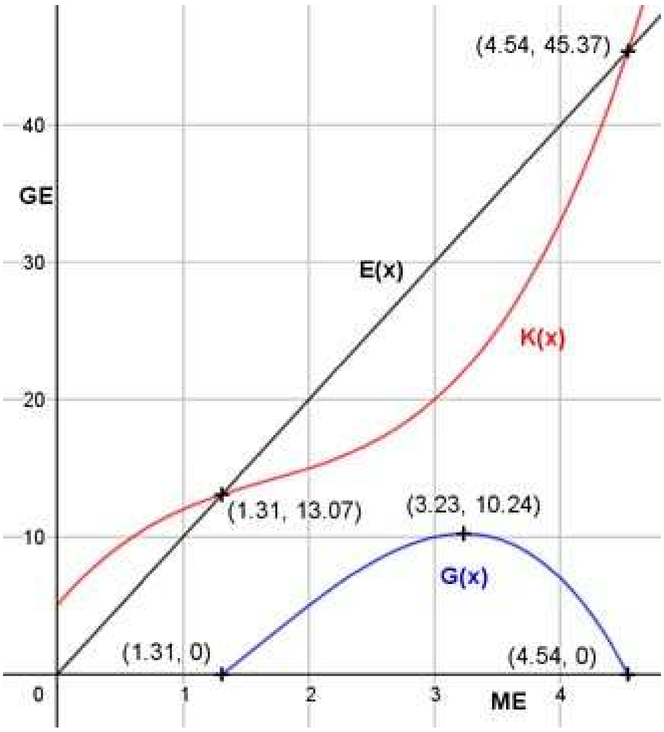
$$x_{1,2} = \frac{- 10 \pm 9,38}{- 6}$$

$x_1 = 3,23$, $G_{(3,23)} = - 3,23^3 + 5 * 3,23^2 - 3,23 - 5 = 10,24$

$x_2 = 0,1$, $G_{(0,1)} = - 0,1^3 + 5 * 0,1^2 - 0,1 - 5 = - 5,01$ --> Verlust

$G''_{(3,23)} = - 6 * 3,23 + 10 < 0$ --> Hochpunkt (3,23|10,24)

Der Gewinn ist bei 3,23 ME am größten und beträgt 10,24 GE.



b)

$$k_{(x)} = \frac{x^3 - 5x^2 + 11x + 5}{x} = x^2 - 5x + 11 + \frac{5}{x}$$

$$k'_{(x)} = 2x - 5 - \frac{5}{x^2}$$

$$k''_{(x)} = 2 + \frac{10}{x^3}$$ immer größer als 0

$$2x - 5 - \frac{5}{x^2} = 0 \mid *x^2$$

$$2x^3 - 5x^2 - 5 = 0$$

Newtonsches Näherungsverfahren:

Wertetabelle:

x	1	2	3	4	5
$k'_{(x)}$	-8	-9	4	43	120

Vorzeichenwechsel zwischen 2 und 3 --> gewählt $x_{01} = 2{,}7$

$$x_1 = 2{,}7 - \frac{2 * 2{,}7 - 5^{\,2} - \frac{5}{2{,}7^2}}{2 + \frac{10}{2{,}7^3}} = 2{,}7 - (-\,0{,}12) = 2{,}82$$

$k''_{(2,82)} > 0$ --> Tiefpunkt (2,82|6,63)

Das Betriebsoptimum liegt bei einer Produktionsmenge von 2,82 ME.

c)

$$k_{v(x)} = \frac{K_{v(x)}}{x} = \frac{x^3 - 5x^2 + 11x}{x} = x^2 - 5x + 11$$

$k'_{v'x)} = 2x - 5$

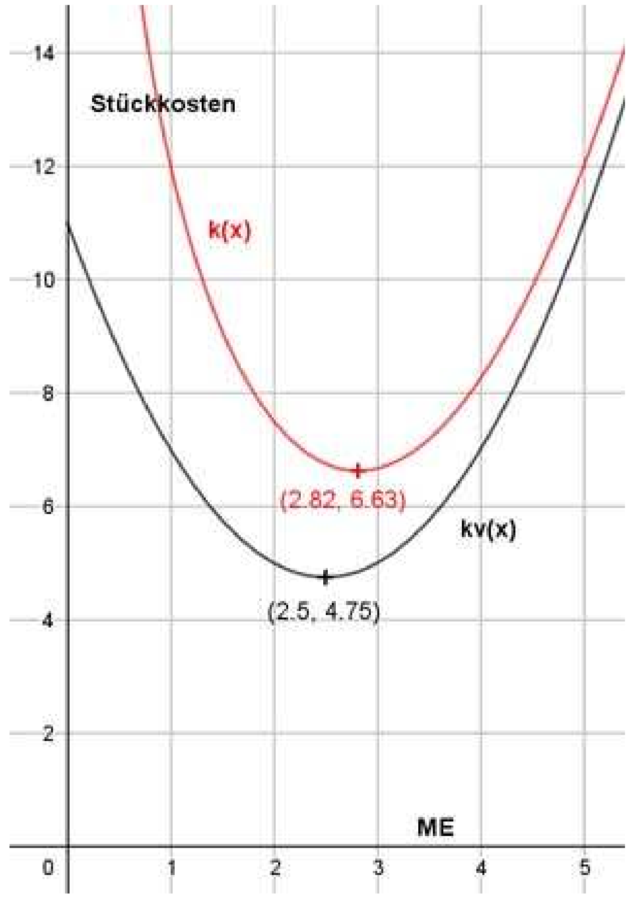
$2x - 5 = 0$ +5

$2x = 5$ | :2

$x = 2{,}5$ ME, $k_{v(2,5)} = 4{,}75$ GE

$k''_{v(x)} = 2 > 0$ --> Minimum bei $x = 2{,}5$ ME

Das Betriebsminimum liegt bei einer Produktionsmenge von 2,5 ME.



Stückkosten
k(x)
(2.82, 6.63)
kv(x)
(2.5, 4.75)
ME
14
12
10
8
6
4
2
0
1
2
3
4
5