Kurven Aufgabe 91

Ein Produzent liefert einem Großhändler eine Ware zu 36 €/Stück. Seine Kosten ermittelt er mit der Funktion $0{,}1x^2 + 10x + 850$ für die ersten 150 Stück. Danach arbeitet er mit einer linearen Kostenfunktion.
Die Gesamtkostenfunktion $K_{(x)}$ soll an der Stelle x = 150 differenzierbar sein.
a) Wie lautet die Kostenfunktion K_2 für $x \geq 150$?
b) Ab welcher Stückzahl macht der Hersteller Gewinn?
c) Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn am größten?

a)

K_1 = Kostenfunktion bis 150 ME.

$K_2 = mx + b$ = Lineare Kostenfunktion für den Bereich ≥ 150 ME:

Soll die Gesamtkostenfunktion K an der Stelle x = 150 differenzierbar sein, muss K_2 an dieser Stelle die selbe Steigung wie K_1 haben.

$K_1'_{(x)} = 0{,}2x + 10$

$K_1'_{(150)} = 0{,}2 * 150 + 10 = 40 = m$

Die Gerade geht durch den Punkt
$(150|0{,}1 * 150^2 + 10 * 150 + 850 = 4\,600)$

m und die Punktkoordinaten in K_2 eingesetzt:

$4\,600 = 40 * 150 + b \mid -6\,000$

$b = -\,1\,400$

$K_2 = 40x - 1\,400$

b)

$E_{(x)} = 36 * x$

Gewinnfunktion $G_{1(x)}$ bis $x \leq 150$

$G_{1(x)} = 36x - (0{,}1x^2 + 10x + 850)$

$G_{1(x)} = -\,0{,}1x^2 + 26x - 850$

$-\,0{,}1x^2 + 26x - 850 = 0 \mid :(-0{,}1)$

$x^2 - 260x + 8\,500 = 0$

p, q - Formel:

$p = -260,\ q = 8\,500$

$$x_{1,2} = \frac{-(-260)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-260}{2}\right)^2 - 8500}$$

$$x_{1,2} = 130 \pm \sqrt{8400}$$

$$x_{1,2} = 130 \pm 91{,}65$$

$x_1 = 221{,}65$ keine Lösung > 150

$x_2 = 38{,}35$ = Gewinnschwelle.

Gewinnfunktion $G_{2(x)}$ für $x \geq 150$

$$G_{2(x)} = 36x - (40x - 1\,400)$$

$$G_{2(x)} = -4x + 1\,400$$

$$-4x + 1\,400 = 0 \mid +4x$$

$$4x = 1\,400 \mid :4$$

$x = 350$ = Gewinngrenze

c)

$$G_1'_{(x)} = -0{,}2x + 26$$

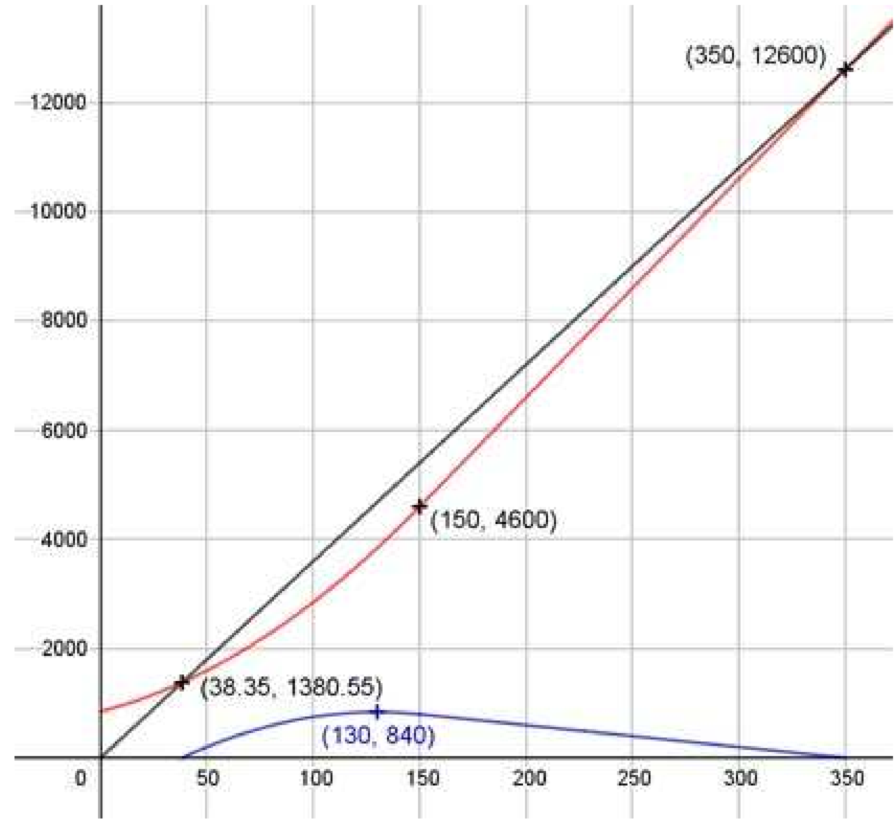
$G_1''_{(x)} = -0{,}2 < 0$ --> Hochpunkt

$$-0{,}2x + 26 = 0 \ +0{,}2x$$

$$0{,}2x = 26 \mid :0{,}2$$

$x = 130$, $G_{1(130)} = -0{,}1 * 130^2 + 26 * 130 - 850 = 840$

Ab einer Stückzahl > 130 nimmt der Gewinn kontinuierlich ab.


(350, 12600)
12000
10000
8000
6000
(150, 4600)
4000
2000
(38.35, 1380.55)
(130, 840)
0
50
100
150
200
250
300
350