Kurven Aufgabe 93

Bei einer Marktuntersuchung stellt ein Hersteller fest, welche Anzahl von seinem Produkt bei unterschiedlichen Preisen verkauft wird.

Preis in €	7,40	7	6,60	6,20	5,8
Anzahl	20	40	60	80	100

a) Wie lautet die lineare Preisabsatzfunktion p?
b) Wo liegen Gewinnschwelle und Gewinngrenze, wenn die Kostenfunktion $K_{(x)} = 0{,}001x^3 - 0{,}1x^2 + 5x + 80$ lautet?
c) Wie hoch ist der maximale Gesamtgewinn?

a)

Allgemeine Form der gesuchten linearen Funktion $p_{(x)} = mx + b$.
x Anzahl, p Preis. Gewählt erstes und letztes Wertepaar.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5{,}8 - 7{,}4}{100 - 20} = \frac{-1{,}6}{80} = -0{,}02$$

Erstes Wertepaar und m in $p_{(x)} = mx + b$ eingesetzt:

$7{,}4 = -0{,}02 * 20 + b$

$7{,}4 = -0{,}4 + b \quad |+0{,}4$

$b = 7{,}8$

$p_{(x)} = -0{,}02x + 7{,}8$

b)

$E_{(x)} = p_{(x)} * x = -0{,}02x^2 + 7{,}8x$

$G_{(x)} = -0{,}02x^2 + 7{,}8x - (0{,}001x^3 - 0{,}1x^2 + 5x + 80)$

$G_{(x)} = -0{,}001x^3 + 0{,}08x^2 + 2{,}8x - 80$

$G'_{(x)} = -0{,}003x^2 + 0{,}16x + 2{,}8$

$G''_{(x)} = -0{,}006x + 0{,}16$

$-0{,}001x^3 + 0{,}08x^2 + 2{,}8x - 80 = 0$

Wertetabelle:

x	10	20	30
$G_{(x)}$	-45	0	49

Hornerschema:

	$-0{,}001$	$0{,}08$	$2{,}8$	-80
$x_1 = 20$		$-0{,}02$	$1{,}2$	80
	$-0{,}001$	$0{,}06$	4	0

Polynomdivision:

$$
\begin{array}{l}
\quad -0{,}001x^3 + 0{,}08x^2 + 2{,}8x - 80 : (x - 20) = -0{,}001x^2 + 0{,}06x + 4 \\
-(-0{,}001x^3 + 0{,}02x^2) \\
\hline
\qquad\qquad 0{,}06x^2 + 2{,}8x - 80 \\
\qquad\quad -(0{,}06x^2 - 1{,}2x) \\
\hline
\qquad\qquad\qquad 4x - 80 \\
\qquad\qquad\quad -(4x - 80) \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$-0{,}001x^2 + 0{,}06x + 4 = 0 \mid :(-0{,}001)$

$x^2 - 60x - 4\,000 = 0$

p, q - Formel:

$p = -60,\ q = -4\,000$

$$x_{2,3} = \frac{-(-60)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-60}{2}\right)^2 - (-4000)}$$

$x_{2,3} = 30 \pm \sqrt{4900}$

$x_{2,3} = 30 \pm 70$

x_2 = 100 ME = Gewinngrenze

$x_3 = -40$ keine Lösung

x_1 = 20 ME = Gewinnschwelle

c)

$-0{,}003x^2 + 0{,}16x + 2{,}8 = 0$

A, B, C - Formel:

$A = -0{,}003,\ B = 0{,}16,\ C = 2{,}8$

$$x_{1,2} = \frac{-0{,}16 \pm \sqrt{0{,}16^2 - (4*(-0{,}003)*2{,}8)}}{2*(-0{,}003)} = \frac{-0{,}16 \pm \sqrt{0{,}0592}}{-0{,}006}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0{,}16 \pm 0{,}2433}{-0{,}006}$$

$x_1 = 67{,}22$ ME

$G_{(67,22)} = -0{,}001 + 67{,}22^3 + 0{,}08 * 67{,}22^2 + 2{,}8 * 67{,}22 - 80 = 165{,}96$ GE

$x_2 = -13{,}88$ keine Lösung

$G''_{(67,22)} = -0{,}006 * 67{,}22 + 0{,}16 < 0$ --> Hochpunkt (67,22|165,96)

Der maximale Gewinn beträgt 165,96 GE.

Der dazugehörige Preis beträgt $p_{(67,22)} = -0{,}02 * 67{,}22 + 7{,}8 = 6{,}46$ GE/ME