Kurven Aufgabe 99

Die Kostenfunktion eines Monopolisten lautet
$K_{(x)} = 0{,}04x^3 - 0{,}6x^2 + 3x + 2$
seine Nachfragefunktion $p_{N(x)} = -\,0{,}16x + 2{,}8$.
a) Wo liegt seine Gewinnschwelle?
b) Bei welcher Produktionsmenge entstehen sein maximaler Erlös und Gewinn?
c) Bei welcher Produktionsmenge liegt sein Betriebsminimum?

a)

$E_{(x)} = p_{N(x)} = x = (-\,0{,}16x + 2{,}8) * x = -\,0{,}16x^2 + 2{,}8x$

$G_{(x)} = -\,0{,}16x^2 + 2{,}8x - (0{,}04x^3 - 0{,}6x^2 + 3x + 2)$

$G_{(x)} = -\,0{,}04x^3 + 0{,}44x^2 - 0{,}2x - 2$

$G'_{(x)} = -\,0{,}12x^2 + 0{,}88x - 0{,}2$

$G''_{(x)} = -\,0{,}24x + 0{,}88$

$-\,0{,}04x^3 + 0{,}44x^2 - 0{,}2x - 2 = 0 \mid :(-0{,}04)$

$x^3 - 11x + 5x + 50 = 0$

Durch Probieren gefunden $x_1 = 10$

Hornerschema:

	1	-11	5	50
$x_1 = 10$		10	-10	-50
	1	-1	-5	0

Polynomdivision:

$x^3 - 11x^2 + 5x + 50 : (x - 10) = x^2 - x - 5$
$-(x^3 - 10x^2)$

$-x^2 + 5x + 50$
$-(-x^2 + 10x)$

$-5x + 50$
$-(-5x + 50)$

0

$x^2 - x - 5 = 0$

p, q - Formel:

$p = -1$, $q = -5$

$$x_{2,3} = \frac{-(-1)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-5)}$$

$$x_{2,3} = 0{,}5 \pm \sqrt{5{,}25}$$

$$x_{2,3} = 0{,}5 \pm 2{,}29$$

x_2 = 2,79 ME = Gewinnschwelle, x_1 = 10 ME = Gewinngrenze

$x_3 = -1{,}79$ keine Lösung

b)

$E_{(x)} = -0{,}16x^2 + 2{,}8x$

$E'_{(x)} = -0{,}32x + 2{,}8$

$E''_{(x)} = -0{,}32 < 0$ --> Hochpunkt

$-0{,}32x + 2{,}8 = 0 \mid +0{,}32x$

$0{,}32x = 2{,}8 \mid :0{,}32$

$x = 8{,}75$ ME, $E_{(8,75)} = -0{,}16 * 8{,}75^2 + 2{,}8 * 8{,}75 = 12{,}25$ GE

Der maximale Erlös entsteht bei 8,75 ME.

Für den maximalen Gewinn gilt:

$-0{,}12x^2 + 0{,}88x - 0{,}2 = 0$

A, B, C - Formel:

$A = -0{,}12$, $B = 0{,}88$, $C = -0{,}2$

$$x_{1,2} = \frac{-0{,}88 \pm \sqrt{(0{,}88)^2 - (4*(-0{,}12)*(-0{,}2))}}{2*(-0{,}12)} = \frac{-0{,}88 \pm \sqrt{0{,}6784}}{-0{,}24}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0{,}88 \pm 0{,}82}{-0{,}24}$$

$x_1 = 7{,}1$ ME, $G_{(7,1)} = -0{,}04 * 7{,}1^3 + 0{,}44 * 7{,}1^2 - 0{,}2 * 7{,}1 - 2 = 4{,}44$ GE

x_2 = 0,25 ME liegt außerhalb der Gewinnzone

$G''_{(7,1)} = -0{,}24 * 7{,}1 + 0{,}88 < 0$ --> Hochpunkt

Der maximale Gewinn entsteht bei 7,1 ME.

c)

$$k_{v(x)} = \frac{K_{v(x)}}{x} = \frac{0{,}04x^3 - 0{,}6x^2 + 3x}{x} = 0{,}04x^2 - 0{,}6x + 3$$

$k'_{v(x)} = 0{,}08x - 0{,}6$

$k''_{v(x)} = 0{,}08 > 0$ --> Tiefpunkt

$0{,}08x - 0{,}6 = 0 \mid +0{,}6$

$0{,}08x = 0{,}6 \mid :0{,}08$

x = 7,5 ME