

## Lineare Gleichungssysteme Aufgabe 57

$$\begin{aligned} 4w + 2x + 2y - 2z - 14 &= 0 \\ w + x + 4y - 4z - 10 &= 0 \\ w - x + 3y - z - 7 &= 0 \\ 2w - 2x + 4y + 8z - 25 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4w + 2x + 2y - 2z &= 14 \\ w + x + 4y - 4z &= 10 \\ w - x + 3y - z &= 7 \\ 2w - 2x + 4y + 8z &= 25 \end{aligned}$$

Koeffizientenmatrix:

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 & (1) \text{ erste Zeile der Lösungsmatrix} \\ 1 & 1 & 4 & -4 & 10 & (2) \\ 1 & -1 & 3 & -1 & 7 & (3) \\ 2 & -2 & 4 & 8 & 25 & (4) \end{array}$$

Mit (1) aus (2), (3) und (4) x eliminieren

$$(1) + (2) * (-4)$$

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 \\ -4 & -4 & -16 & 16 & -40 \\ \hline 0 & -2 & -14 & 14 & -26 \end{array}$$

$$(1) + (3) * (-4)$$

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 \\ -4 & 4 & -12 & 4 & -28 \\ \hline 0 & 6 & -10 & 2 & -14 \end{array}$$

$$(1) + (4) * (-2)$$

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 \\ -4 & 4 & -8 & -16 & -50 \\ \hline 0 & 6 & -6 & -18 & -36 \end{array}$$

Matrix 1

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 \\ 0 & -2 & -14 & 14 & -26 & (5) \text{ zweite Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & 6 & -10 & 2 & -14 & (6) \\ 0 & 6 & -6 & -18 & -36 & (7) \end{array}$$

Mit (5) aus (6) und (7) y eliminieren

$$(5) * (3) + (6)$$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & -6 & -42 & 42 & -78 \\ 0 & 6 & -10 & 2 & -14 \\ \hline 0 & 0 & -52 & 44 & -92 \end{array}$$

$$(5) * (3) + (7)$$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & -6 & -42 & 42 & -78 \\ 0 & 6 & -6 & -18 & -36 \\ \hline 0 & 0 & -48 & 24 & -114 \end{array}$$

Matrix 2

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 \\ 0 & -2 & -14 & 14 & -26 \\ 0 & 0 & -52 & 44 & -92 & (8) & \text{dritte Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & 0 & -48 & 24 & -114 & (9) \end{array}$$

Aus (8) und (9) z eliminieren

$$(8) * 48 + (9) * (-52)$$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & -2496 & 2112 & -4416 \\ 0 & 0 & 2496 & -1248 & 5928 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 864 & 1512 & \text{vierte Zeile der Lösungsmatrix} \end{array}$$

Lösungsmatrix

$$\begin{array}{ccccc} 4 & 2 & 2 & -2 & 14 \\ 0 & -2 & -14 & 14 & -26 \\ 0 & 0 & -52 & 44 & -92 \\ 0 & 0 & 0 & 864 & 1512 \end{array}$$

4. Zeile

$$864z = 1512 \quad | : 864$$

$$\mathbf{z = 1,75}$$

z in die 3. Zeile eingesetzt

$$-52y + 44 * 1,75 = -92$$

$$-52y + 77 = -92 \quad | -77$$

$$-52y = -169 \quad | :(-52)$$

$$y = 3,25$$

y und z in die 2. Zeile eingesetzt

$$-2x - 14 * 3,25 + 14 * 1,75 = -26$$

$$-2x - 45,5 + 24,5 = -26$$

$$-2x - 21 = -26 \quad | +21$$

$$-2x = -5 \quad | : (-2)$$

$$x = 2,5$$

x, y und z in die 1. Zeile eingesetzt

$$4w + 2 * 2,5 + 2 * 3,25 - 2 * 1,75 = 14$$

$$4w + 5 + 6,5 - 3,5 = 14$$

$$4w + 8 = 14 \quad | -8$$

$$4w = 6 \quad | :4$$

$$w = 1,5$$