

Lineare Gleichungssysteme Aufgabe 59

$$\begin{aligned} -2v - 2w + x + 3y + z &= 3 \\ v - 2w - 2x + y + 3z &= 4 \\ 3v + w - 2x - 2y + z &= 2 \\ v + 3w + x - 2y - 2z &= 1 \\ -2v + w + 3x + y - 2z &= 5 \end{aligned}$$

Koeffizientenmatrix:

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 & (1) \text{ erste Zeile der Lösungsmatrix} \\ 1 & -2 & -2 & 1 & 3 & 4 & (2) \\ 3 & 1 & -2 & -2 & 1 & 2 & (3) \\ 1 & 3 & 1 & -2 & -2 & 1 & (4) \\ -2 & 1 & 3 & 1 & -2 & 5 & (5) \end{array}$$

Mit (1) aus (2), (3), (4) und (5) v eliminieren

(1) + (2) * 2

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -4 & 2 & 6 & 8 \\ \hline 0 & -6 & -3 & 5 & 7 & 11 \end{array}$$

(1) * (3) + (3) * 2

$$\begin{array}{cccccc} -6 & -6 & 3 & 9 & 3 & 9 \\ 6 & 2 & -4 & -4 & 2 & 4 \\ \hline 0 & -4 & -1 & 5 & 5 & 13 \end{array}$$

(1) + (4) * 2

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & -4 & -4 & 2 \\ \hline 0 & 4 & 3 & -1 & -3 & 5 \end{array}$$

(1) + (5) * (-1)

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -3 & -1 & 2 & -5 \\ \hline 0 & -3 & -2 & 2 & 3 & -2 \end{array}$$

Matrix 1

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & -3 & 5 & 7 & 11 & (6) & \text{zweite Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & -4 & -1 & 5 & 5 & 13 & (7) \\ 0 & 4 & 3 & -1 & -3 & 5 & (8) \\ 0 & -3 & -2 & 2 & 3 & -2 & (9) \end{array}$$

Mit (6) aus (7), (8) und (9) w eliminieren

$$(6) * 2 + (7) * (-3)$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & -12 & -6 & 10 & 14 & 22 \\ 0 & 12 & 3 & -15 & -15 & -39 \\ \hline 0 & 0 & -3 & -5 & -1 & -17 \end{array}$$

$$(6) * (2) + (8) * 3$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & -12 & -6 & 10 & 14 & 22 \\ 0 & 12 & 9 & -3 & -9 & 15 \\ \hline 0 & 0 & 3 & 7 & 5 & 37 \end{array}$$

$$(69 * (9)) * (-2)$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & -6 & -3 & 5 & 7 & 11 \\ 0 & 6 & 4 & -4 & -6 & 4 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 15 \end{array}$$

Matrix 2

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & -3 & 5 & 7 & 11 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & -1 & -17 & (10) & \text{dritte Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & 0 & 3 & 7 & 5 & 37 & (11) \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 15 & (12) \end{array}$$

Mit (10) aus (11) und (12) x eliminieren

$$(10) + (11)$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & -3 & -5 & -1 & -17 \\ 0 & 0 & 3 & 7 & 5 & 37 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 20 \end{array}$$

$$(10) + (12) * 3$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & -3 & -5 & -1 & -17 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 & 45 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -2 & 2 & 28 \end{array}$$

Matrix 3

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & -3 & 5 & 7 & 11 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & -1 & -17 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{20} & (13) \text{ vierte Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 & 28 & (14) \end{array}$$

Aus (13) und (14) y eliminieren

$$(13) * (14)$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 & 28 \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{6} & \mathbf{48} & \text{fünfte Zeile der Lösungsmatrix} \end{array}$$

Lösungsmatrix

$$\begin{array}{cccccc} -2 & -2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & -3 & 5 & 7 & 11 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & -1 & -17 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{20} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{6} & \mathbf{48} \end{array}$$

5. Zeile

$$6z = 48 \mid :6$$

$$\mathbf{z = 8}$$

z in die 4. Zeile eingesetzt

$$2y + 4 * 8 = 20$$

$$2y + 32 = 20 \mid -32$$

$$2y = -12 \mid :2$$

$$\mathbf{y = -6}$$

y und z in die 3. Zeile eingesetzt

$$-3x - 5 * (-6) - 1 * 8 = -17$$

$$-3x + 30 - 8 = -17 \quad | -22$$

$$-3x = -39 \quad | :(-3)$$

$$\mathbf{x = 13}$$

x, y und z in die 2. Zeile eingesetzt

$$-6w - 3 * 13 + 5 * (-6) + 7 * 8 = 11$$

$$-6w - 39 - 30 + 56 = 11$$

$$-6w - 13 = 11 \quad | +13$$

$$-6w = 24 \quad | :(-6)$$

$$\mathbf{w = -4}$$

w, x, y und z in die 1. Zeile eingesetzt

$$-2v - 2 * (-4) + 1 * 13 + 3 * (-6) + 1 * 8 = 3$$

$$-2v + 8 + 13 - 18 + 8 = 3$$

$$-2v + 11 = 3 \quad | -11$$

$$-2v = -8 \quad | :(-2)$$

$$\mathbf{v = 4}$$