

Lineare Gleichungssysteme Aufgabe 114

Ein Maschinenbauteil soll aus 90% Kupfer, 5% Zink und 5% Zinn bestehen.

Zur Herstellung stehen 3 Legierungen zur Verfügung.

Legierung L_1 besteht aus 80% Kupfer und 20% Zink.

Legierung L_2 besteht aus 95% Kupfer und 5% Zinn.

Legierung L_3 besteht aus 80% Kupfer, 10% Zink und 10% Zinn.

Zu welchen Anteilen benötigt man zur Herstellung die einzelnen Legierungen?

$$80 * L_1 + 95 * L_2 + 80 * L_3 = 90$$

$$20 * L_1 + 0 * L_2 + 10 * L_3 = 5$$

$$0 * L_1 + 5 * L_2 + 10 * L_3 = 5$$

Koeffizientenmatrix

$$\begin{array}{cccc|l} 80 & 95 & 80 & 90 & (1) & \text{erste Zeile der Lösungsmatrix} \\ 20 & 0 & 10 & 5 & (2) & \\ 0 & 5 & 10 & 5 & (3) & \end{array}$$

Mit (1) aus (2) L_1 eliminieren

$$(1) * (-4) + (2) * 3$$

$$\begin{array}{cccc} 80 & 95 & 80 & 90 \\ -80 & 0 & -40 & -20 \\ \hline 0 & 95 & 40 & 70 \end{array}$$

Matrix 1

$$\begin{array}{cccc|l} 80 & 95 & 80 & 90 & & \\ 0 & 95 & 40 & 70 & (4) & \text{zweite Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & 5 & 10 & 5 & (5) & \end{array}$$

Aus (4) und (5) L_2 eliminieren

$$(4) + (5) * (-19)$$

$$\begin{array}{cccc} 0 & 95 & 40 & 70 \\ 0 & -95 & -190 & -95 \\ \hline 0 & 0 & -150 & -25 & \text{dritte Zeile der Lösungsmatrix} \end{array}$$

Lösungsmatrix

$$\begin{array}{cccc} 80 & 95 & 80 & 90 \\ 0 & 95 & 40 & 70 \\ 0 & 0 & -150 & -25 \end{array}$$

3. Zeile

$$-150L_3 = -25 \mid :(-150)$$

$$L_3 = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$$

L_3 in die 2. Zeile eingesetzt

$$95L_2 + 40 * \frac{1}{6} = 70 \mid - \frac{40}{6}$$

$$95L_2 = \frac{420}{6} - \frac{40}{6} = \frac{380}{6} \mid :95$$

$$L_2 = \frac{380}{6 * 95} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

L_2 und L_3 in die 1. Zeile eingesetzt

$$80L_1 + 95 * \frac{2}{3} + 80 * \frac{1}{6} = 90$$

$$80L_1 + \frac{380}{6} + \frac{80}{6} = \frac{540}{6} \mid - \frac{460}{6}$$

$$80L_1 = \frac{80}{6} \mid :80$$

$$L_1 = \frac{1}{6}$$