

Lineare Gleichungssysteme Aufgabe 55

$$\begin{aligned} x + 2y - 2z + 3u &= 23 \\ 3x - 2y + 4z - 2u &= -12 \\ 11x + 3y - 2z + 6u &= 71 \\ 9x + 3y - 2z + 6u &= 63 \end{aligned}$$

Koeffizientenmatrix:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & -2 & 3 & 23 & (1) \text{ erste Zeile der Lösungsmatrix} \\ 3 & -2 & 4 & -2 & -12 & (2) \\ 11 & 3 & -2 & 6 & 71 & (3) \\ 9 & 3 & -2 & 6 & 63 & (4) \end{array}$$

Mit (1) aus (2), (3) und (4) x eliminieren

(1) * -3 + (2)

$$\begin{array}{ccccc} -3 & -6 & 6 & -9 & -69 \\ 3 & -2 & 4 & -2 & -12 \\ \hline 0 & -8 & 10 & -11 & -81 \end{array}$$

(1) * -11 + (3)

$$\begin{array}{ccccc} -11 & -22 & 22 & -33 & -253 \\ 11 & 3 & -2 & 6 & 71 \\ \hline 0 & -19 & 20 & -27 & -182 \end{array}$$

(1) * -9 + (4)

$$\begin{array}{ccccc} -9 & -18 & 18 & -27 & -207 \\ 9 & 3 & -2 & 6 & 63 \\ \hline 0 & -15 & 16 & -21 & -144 \end{array}$$

Matrix 1

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & -2 & 3 & 23 \\ 0 & -8 & 10 & -11 & -81 & (5) \text{ zweite Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 & -19 & 20 & -27 & -182 & (6) \\ 0 & -15 & 16 & -21 & -144 & (7) \end{array}$$

Mit (5) aus (6) und (7) y eliminieren

(5) * 19 + (6) * -8

$$\begin{array}{ccccc} 0 & -162 & 190 & -209 & -1539 \\ 0 & 162 & -160 & 216 & 1456 \\ \hline 0 & 0 & 30 & 7 & -83 \end{array}$$

$$(5) * 13 + (7) * -8$$

$$\begin{array}{r} 0 \quad -120 \quad 150 \quad -165 \quad -1215 \\ 0 \quad 120 \quad -128 \quad 168 \quad 1152 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 22 \quad 3 \quad -63 \end{array}$$

Matrix 2

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad -2 \quad 3 \quad 23 \\ 0 \quad -8 \quad 10 \quad -11 \quad -81 \\ 0 \quad 0 \quad 30 \quad 7 \quad -83 \quad (8) \quad \text{dritte Zeile der Lösungsmatrix} \\ 0 \quad 0 \quad 22 \quad 3 \quad -63 \quad (9) \end{array}$$

Aus (8) und (9) z eliminieren

$$(8) * 22 + (9) * -30$$

$$\begin{array}{r} 0 \quad 0 \quad 660 \quad 154 \quad -1826 \\ 0 \quad 0 \quad -660 \quad -90 \quad 1890 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 64 \quad 64 \quad \text{vierte Zeile der Lösungsmatrix} \end{array}$$

Lösungsmatrix

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad -2 \quad 3 \quad 23 \\ 0 \quad -8 \quad 10 \quad -11 \quad -81 \\ 0 \quad 0 \quad 30 \quad 7 \quad -83 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 64 \quad 64 \end{array}$$

4. Zeile

$$64u = 64 \quad | :64$$

$$\mathbf{u = 1}$$

u in die 3. Zeile eingesetzt

$$30z + 7 * 1 = -83 \quad | -7$$

$$30z = -90 \quad | :30$$

$$\mathbf{z = -3}$$

u und z in die 2. Zeile eingesetzt

$$-8y + 10 * (-3) - 11 * 1 = -81$$

$$-8y - 41 = -81 \quad | +41$$

$$-8y = 40 \mid :(-8)$$

$$\mathbf{y = 5}$$

u, z und y in die 1. Zeile eingesetzt

$$x + 2 * 5 - 2 * (-3) + 3 * 1 = 23$$

$$x + 19 = 23 \mid -19$$

$$\mathbf{x = 4}$$