

Trigonometrische Funktionen Aufgabe 216

Ergänzen Sie die Wertetabelle für x zwischen 0 und 2π :

$$y = \sin x - \cos x$$

x	2	1,37 oder 3,3
y	1,3	0,8

Amplitude = $1,414 = \sqrt{2}$ (Berechnung siehe unten) ; Periode = 2π

Berechnung der Nullstellen:

$$0 = \sin x - \cos x \quad | \quad +\cos x$$

$$\sin x = \cos x \quad | \quad :\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 1 \quad \text{mit} \quad \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$$\tan x = 1 \quad \rightarrow \quad x = \arctan 1 = 0,785 \text{ gerundet} = \pi/4 \text{ oder } 45^\circ.$$

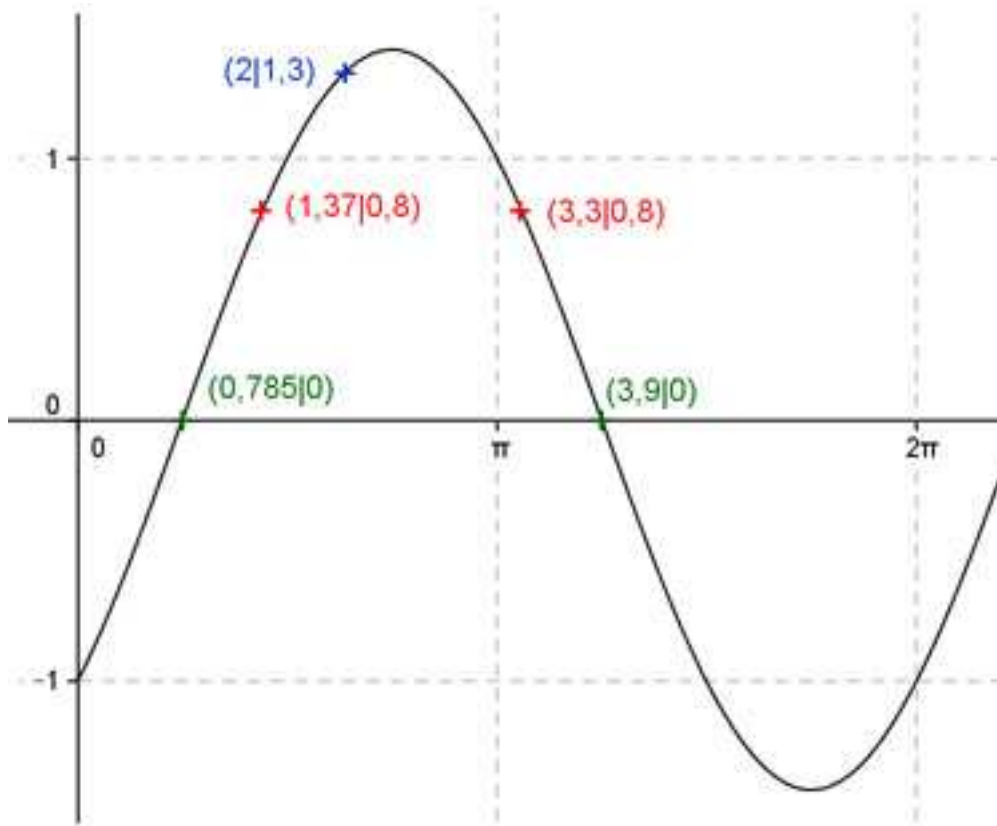
N_1 liegt bei $\pi/4 = 0,785$ gerundet oder bei 45° .

N_2 liegt bei $(\pi + \pi/4) = 3,9$ gerundet oder bei 225° .

Berechnung der Amplitude A:

Sie tritt an den Stellen $x = 45^\circ + (225^\circ - 45^\circ)/2 = 135^\circ$ oder $(3/4)\pi$ oder bei $(\pi/4 + \pi) = (5/4)\pi$ oder 225° auf.

$$A = f_{(45^\circ)} = \sin 45^\circ - \cos 45^\circ = |\sin 225^\circ - \cos 225^\circ| = 1,414 = \sqrt{2}.$$



Funktionswert an einer Stelle x ermitteln:

$$x = 2$$

$$y = f_{(2)} = \sin 2 - \cos 2 = \sin 114,6^\circ - \cos 114,6^\circ = 0,909 - (-0,416) = 1,3$$

gerundet.

Berechnung der x -Werte für $y = f_{(x)} = 0,8$:

$f_{(x)} = 0,8$ eingesetzt, existiert zwischen 0 und π bzw. 0° und 180° und zwischen π und 2π bzw. 180° und 360° (siehe Graph).

$$0,8 = \sin x - \cos x$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$0,8 = \sin x - \sqrt{1 - \sin^2 x} \quad | +\sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$0,8 + \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sin x \quad | -0,8$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sin x - 0,8 \quad |^2$$

$$1 - \sin^2 x = \sin^2 x - 1,6 \sin x + 0,64 \quad | +\sin^2 x$$

$$1 = 2 \sin^2 x - 1,6 \sin x + 0,64 \quad | -1$$

$$2 \sin^2 x - 1,6 \sin x - 0,36 = 0 \quad | :2$$

$$\sin^2 x - 0,8 \sin x - 0,18 = 0$$

p,q - Formel:

$$p = -0,8 ; q = -0,18$$

$$\sin x_{1,2} = -\frac{-0,8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-0,8}{2}\right)^2 - (-0,18)}$$

$$\sin x_{1,2} = 0,4 \pm \sqrt{0,16 + 0,18}$$

$$\sin x_{1,2} = 0,4 \pm 0,58$$

$$\sin x_1 = 0,98 \quad \rightarrow x_1 = \arcsin 0,98 = 1,37$$

$$\sin x_2 = -0,18 \quad \rightarrow x_2 = \arcsin -0,18 = -0,18$$

Weil zwischendurch quadriert wurde, ist eine Probe nötig.

Probe:

$$\text{Für } x_1: \quad \sin 1,37 - \cos 1,37 = 0,8 ?$$

$$0,98 - 0,2 = 0,78 = 0,8 \text{ gerundet } 1,18 \text{ Lösung}$$

$$\text{Für } x_2: \quad \sin -0,18 - \cos -0,18 = 0,8 ?$$

$$-0,18 - 0,98 = -1,16 \text{ keine Lösung}$$

Die Funktionswerte liegen gleich weit von der Amplitudenstelle entfernt:

$$x_1 = 1,37 \text{ gerundet oder}$$

$$x_2 = (\pi - 1,37) + \pi/2 = 3,3 \text{ gerundet und } \alpha_1 = 78,5^\circ \text{ oder } \alpha_2 = 190,5^\circ.$$