Trigonometrische Funktionen Aufgabe 220

Ergänzen Sie die Wertetabelle für x zwischen 0 und 2π:

$y = -\sqrt{3}\sin x + \cos x$

x	1	0 oder 4,2 oder 2π
y	-0,,9	1

Amplitude = 2 (Berechnung siehe unten) ; Periode = 2π

Berechnung der Nullstellen:

$0 = -\sqrt{3}\sin x + \cos x \mid -\cos x$

$-\sqrt{3}\sin x = -\cos x \mid :-\sqrt{3}$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}\cos x \mid :\cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{mit} \quad \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow x = \arctan\frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}52 \text{ gerundet oder } 30{,}1°$$

N_1 liegt bei 0,52 gerundet oder bei 30,1°.

N_2 liegt bei $(\pi + 0{,}52) = 3{,}66$ gerundet oder bei 209,7°.

Berechnung der Amplitude A:

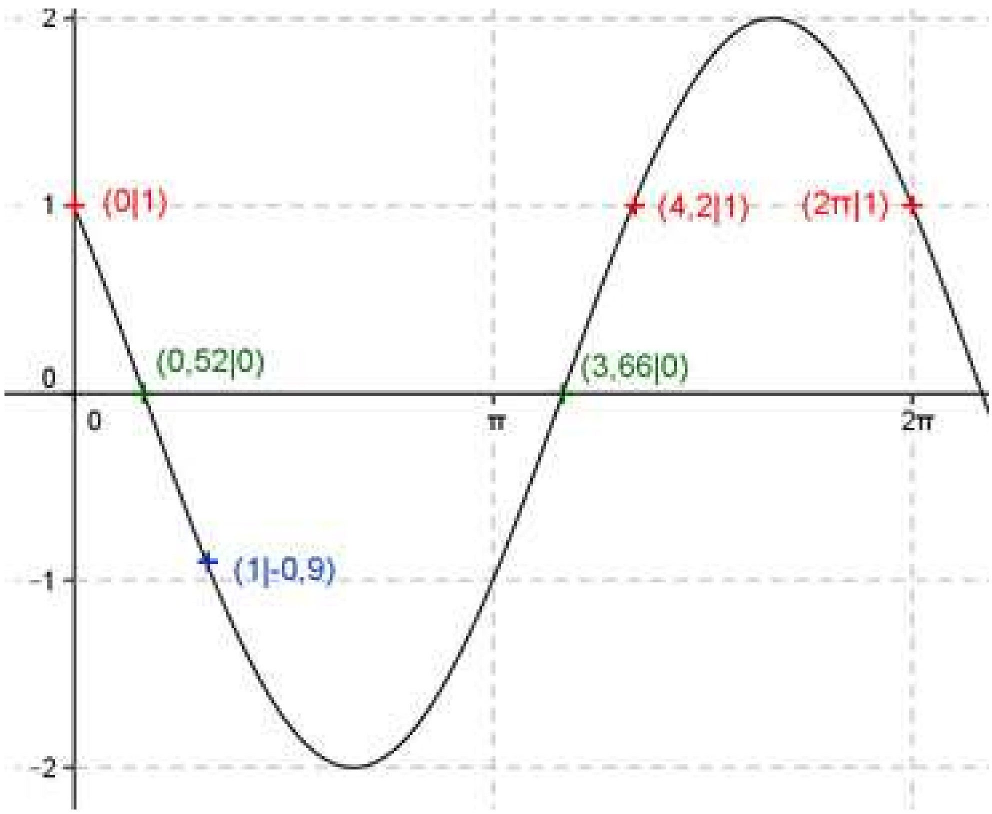
Sie tritt an den Stellen x = 30,1° + (209,7° - 30,1°)/2 = 119,9°

(120° gerundet) oder 2,09 oder bei (119,9° + 180°) = 299,9° (300°

gerundet) oder 5,24 auf.

$A = |f_{(120°,\, 300°)}| = |-\sqrt{3}\ \sin 120° + \cos 120°| =$

$= -\sqrt{3}\ \sin 300° + \cos 300° = 2$



Funktionswert an einer Stelle x ermitteln:

x = 2

$y = f_{(1)} = -\sqrt{3}\sin 1 + \cos 1 = -\sqrt{3}\sin 57{,}3° + \cos 57{,}3° =$

$= -\sqrt{3} * 0{,}841 + 0{,}54 = -0{,}9$ gerundet.

Berechnung der x-Werte für $y = f_{(x)} = 1$:

$f_{(x)} = 1$ eingesetzt, existiert bei 0 bzw. 0° zwischen п und 2п bzw. 180° und 360° und bei 2п bzw. 360° (siehe Graph).

$1 = -\sqrt{3}\sin x + \cos x$

$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$1 = -\sqrt{3}\sin x + \sqrt{1 - \sin^2 x} \quad | -\sqrt{1 - \sin^2 x}$

$1 - \sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{3}\sin x \quad | -1$

$-\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{3}\sin x - 1 \quad |^2$

$1 - \sin^2 x = 3\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x + 1 \quad | + \sin^2 x$

$1 = 4 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x + 1 \mid -1$

$\sin x \, (4 \sin x + 2\sqrt{3}) = 0$

$\sin x = 0$ für $x_1 = 0$ oder $x_2 = 2\pi$ und $\alpha_1 = 0°$ oder $\alpha_2 = 360°$.

$4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0 \mid -2\sqrt{3}$

$4 \sin x = -2\sqrt{3} \mid :4$

$\sin x = -\sqrt{3}/2 \dashrightarrow x_3 = \arcsin -\sqrt{3}/2 = -1{,}047$, liegt nicht im Bereich

zwischen 0 und 2π.

$x_3 = (1{,}047 + \pi) = 4{,}2$ gerundet und $\alpha_3 = 240°$.