Trigonometrische Funktionen Aufgabe 222

Berechnen Sie die Amplitude von:

$y = 2 \sin 2x - 3 \cos 2x$

x	2	π/4 oder 1,77 oder (5/4)π oder 4,9
y	0,45	2

Amplitude = 3,6 (Berechnung siehe unten); Periode = 2π

Berechnung der Nullstellen:

$0 = 2 \sin 2x - 3 \cos 2x \mid + 3 \cos 2x$

$3 \cos 2x = 2 \sin 2x \mid :\cos x$

$$3 = 2 \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \quad \text{mit} \quad \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x$$

$3 = 2 \tan 2x \mid :2$

$\tan 2x = 1{,}5$ --> $\arctan 1{,}5 = 2x$ ---> $2x = 0{,}983$ --> $x = 0{,}4915$ (0,49 gerundet).

N_1 liegt bei 0,49 gerundet oder bei 28° gerundet.

N_2 liegt bei (π + 0,49) = 3,63 (3,6 gerundet) oder bei 208°.

N_3 liegt bei (0,49 + π/2) = 2,06 gerundet oder bei 118° gerundet.

N_4 liegt bei (2,06 + π) = 5,2 gerundet oder bei 298°.

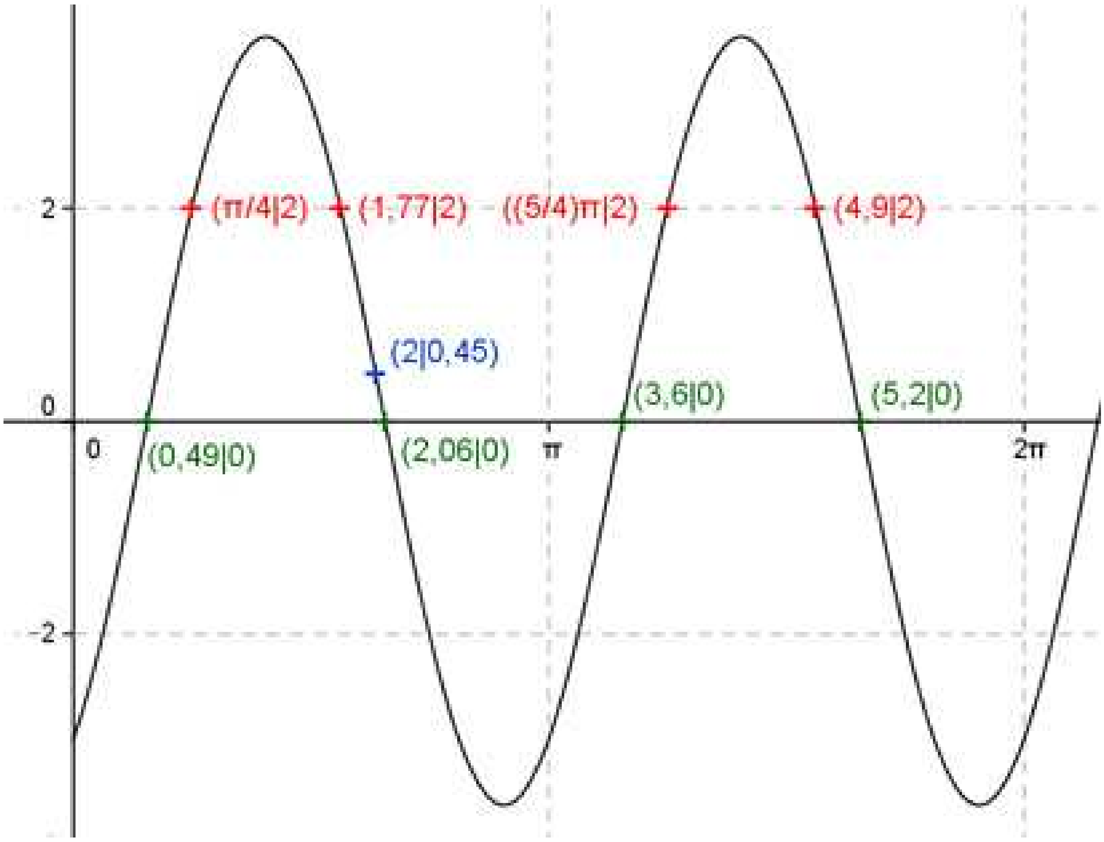
Berechnung der Amplitude A:

Sie tritt an den Stellen $x = 0{,}49 + \left(\frac{2{,}06 - 0{,}49}{2}\right) = 1{,}275$ oder 73° oder bei (1,275 + π/2) = 2,85 oder 163° oder bei (1,275 + π) = 4,42 oder 253° usw. auf.

Amplitude = $f_{(73°,\ 163°,\ 253°)} = 2 \sin 2 * 73° - 3 \cos 2 * 73° =$

$= |2 \sin 2 * 163° - 3 \cos 2 * 163°| = 2 \sin 2 * 253° - 3 \cos 2 * 253° =$

= 3,6 gerundet.



Funktionswert an einer Stelle x ermitteln:

x = 2

$f_{(2)}$ = 2 sin (2 * 2) - 3 cos (2 * 2) = 2 sin (2 * 114,6°) -

- 3 cos (2 * 114,6°) = 0,45 gerundet

Berechnung der x-Werte für y = $f_{(x)}$ = 2:

$f_{(x)}$ = 2 eingesetzt, existiert zweimal zwischen 0 und π bzw. 0° und 180°

und zweimal zwischen π und 2π bzw. 180° und 360° (siehe Graph).

2 = 2 sin 2x - 3 cos 2x

mit

sin 2x = 2 sin x * cos x

und

cos 2x = 1 - 2 sin² x

und

$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

ergibt sich

$2 = 2 * 2 \sin x * \sqrt{1 - \sin^2 x} - 3 * (1 - 2 \sin^2 x)$

$2 = 4 \sin x * \sqrt{1 - \sin^2 x} - 3 + 6 \sin^2 x \mid +3$

$5 = 4 \sin x * \sqrt{1 - \sin^2 x} + 6 \sin^2 x \mid - 6 \sin^2 x$

$5 - 6 \sin^2 x = 4 \sin x * \sqrt{1 - \sin^2 x} \mid^2$

$25 - 60 \sin^2 x + 36 \sin^4 x = 16 \sin^2 x * (1 - \sin^2 x)$

$25 - 60 \sin^2 x + 36 \sin^4 x = 16 \sin^2 x - 16 \sin^4 x \mid + 16 \sin^4 x$

$52 \sin^4 x - 76 \sin^2 x + 25 = 0$

Substitution:

$z = \sin^2 x$

$52 z^2 - 76 z + 25 = 0$

A, B, C - Formel:

A = 52 ; B = - 76 ; C = 25

$$z_{1,2} = \frac{-(-76) \pm \sqrt{(-76)^2 - 5200}}{2 * 52}$$

$$z_{1,2} = \frac{76 \pm \sqrt{576}}{104}$$

$$z_{1,2} = \frac{76 \pm 24}{104}$$

$z_1 = 0,96$

$z_2 = 0,5$

Rücksubstitution:

$\sin^2 x = 0{,}96 \; |\sqrt{}$

$\sin x_{1,2} = \pm\, 0{,}98 \dashrightarrow x_{1,2} = \arcsin \pm\, 0{,}98 = \pm\, 1{,}37$ gerundet.

$\sin^2 x = 0{,}5 \; |\sqrt{}$

$\sin x_{3,4} = \pm\, 0{,}707 \dashrightarrow x_{3,4} = \arcsin \pm\, 0{,}707 = \pm\, 0{,}785 = \pm\, \pi/4$

Weil zwischendurch quadriert wurde, ist eine Probe nötig.

Für $x_{1,2}$: $2 \sin (2 * \pm\, 1{,}37) - 3 \cos (2 * \pm\, 1{,}37) = 2$?

$\pm\, 0{,}781 + 2{,}76 = 2$ (Lösung für $x_2 = -1{,}37$) oder 3,54 keine Lösung

Für $x_{3,4}$: $2 \sin (2 * \pm\, 0{,}785) - 3 \cos (2 * \pm\, 0{,}785) = 2$?

$\pm\, 2 - 0 = 2$ (Lösung für $x_3 = 0{,}5$) oder -2 keine Lösung

Die Funktionswerte liegen gleich weit von der Amplitudenstelle entfernt:

$x_1 = \pi/4$ oder $x_2 = (\pi/4 + \pi) = (5/4)\pi$ oder $x_3 = \pi/4 + 2*(1{,}275 - \pi/4) =$

$= 1{,}76$ gerundet oder $x_4 = (1{,}76 + \pi) = 4{,}9$ gerundet und $\alpha_1 = 45°$ oder

$\alpha_2 = 225°$ oder $\alpha_3 = 100{,}8°$ oder $\alpha_4 = 280{,}8°$.