

Prüfungsaufgaben Aufgabe 1

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabengruppe A

Aufgabe A 1

A 1.0 Anlagegüter werden von Unternehmen beim Kauf mit ihren Anschaffungskosten erfasst. Aufgrund der Nutzung unterliegen die Anlagegüter einer Wertminderung. Die jährliche Wertminderung wird als Abschreibung verbucht.

Wird ein Anlagegut zu Anschaffungskosten von a € gekauft, so weist es nach einer Nutzungsdauer von x Jahren noch einen Restwert von y € auf.

Diesen Abschreibungsvorgang beschreibt eine Funktion f mit einer Gleichung der Form

$$y = a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^x \quad \text{mit } \mathbf{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+; p \in]0; 100[, p \in \mathbb{R}^+; a \in \mathbb{R}^+,$$

wobei $p\%$ die jährliche Wertminderung bezogen auf den Restwert ist.

A 1.1 Eine Fräsmaschine zu Anschaffungskosten von 175 000 € weist nach einer Nutzungsdauer von 8 Jahren noch einen Restwert von 10 088 € auf.

Berechnen Sie den Prozentsatz p der jährlichen Wertminderung der Fräsmaschine und geben Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f_1 an. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $p = 30$]

A 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 8]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf ganze € gerundet. Zeichnen Sie den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 Jahr; $0 \leq x \leq 9$

Auf der y-Achse: 1 cm für 20 000 €; $0 \leq y \leq 200\,000$

A 1.3 Berechnen Sie die Anzahl der Nutzungsjahre auf eine Stelle nach dem Komma gerundet, nach denen die Fräsmaschine 80% ihres Anschaffungswertes verloren hat.

A 1.4 Zusammen mit der Fräsmaschine aus 1.1 wird eine Hobelmaschine gekauft. Die Anschaffungskosten der Hobelmaschine betragen 125 000 €, die jährliche Wertminderung 27%.

Berechnen Sie die Nutzungsdauer auf ganze Jahre gerundet, nach der die Fräsmaschine und die Hobelmaschine den gleichen Restwert aufweisen.

A 1.5 Für eine Poliermaschine mit einer jährlichen Wertminderung von 24% beträgt der Restwert nach 7 Jahren noch 5 000 €.

Berechnen Sie die Anschaffungskosten auf ganze € gerundet.

1.1

$$f_{1(x)} = y = 175\,000 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^x$$

$$10\,088 = 175\,000 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^8 \quad | : 175\,000$$

$$0,0576 = \left(1 - \frac{p}{100}\right)^8 \quad | \quad \sqrt[8]{}$$

$$\sqrt[8]{0,0576} = 1 - \frac{p}{100} = 1 + \frac{p}{100}$$

$$\frac{p}{100} + \sqrt[8]{0,0576} = 1 \quad | \quad - \sqrt[8]{0,0576}$$

$$\frac{p}{100} = 1 - \sqrt[8]{0,0576} \quad | \quad * 100$$

$$p = (1 - \sqrt[8]{0,0576}) * 100$$

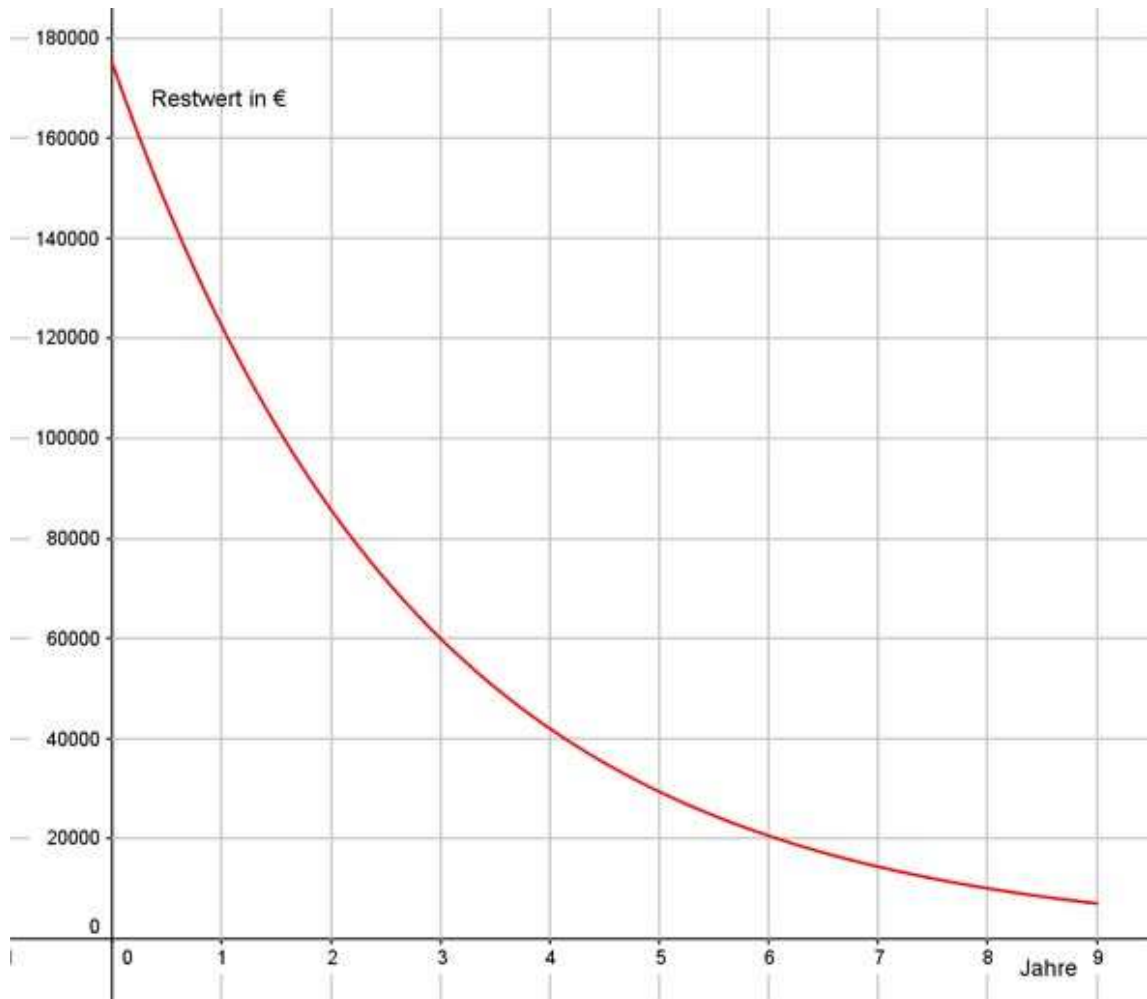
p = 30%

$$f_1 = 17500 * \left(1 - \frac{30}{100}\right)^x$$

f₁ = 175 000 * 0,7^x

1.2

x	0	2	4	6	8
y	175 000	82 750	42 018	20 589	10 088



1.3

80% Verlust bedeutet, es sind noch 20% an Wert übrig.

$$175\,000\ \text{€} * 0,2 = 35\,000\ \text{€}$$

$$35\,000 = 175\,000 * 0,7^x \quad | : 175\,000$$

$$0,2 = 0,7^x \quad | \lg$$

$$\lg 0,2 = \lg 0,7^x$$

$$\lg 0,2 = x * \lg 0,7 \quad | : \lg 0,7$$

$$x = \frac{\lg 0,2}{\lg 0,7} = \mathbf{4,5\ \text{Jahre}}$$

1.4

f₂ für die Hobelmaschine:

$$f_2 = 125\,000 * \left(1 - \frac{27}{100}\right)^x$$

$$f_2 = 125\,000 * 0,73^x$$

f_1 und f_2 gleichgesetzt:

$$175\,000 * 0,7^x = 125\,000 * 0,73^x \quad | :125\,000$$

$$1,4 * 0,7^x = 0,73^x \quad | :0,7^x$$

$$1,4 = \frac{0,73^x}{0,7^x} = \left(\frac{0,73}{0,7}\right)^x$$

$$1,4 = 1,0429^x \quad | \lg$$

$$\lg 1,4 = \lg 1,0429^x$$

$$\lg 1,4 = x * \lg 1,0429 \quad | \lg 1,0429$$

$$x = \frac{\lg 1,4}{\lg 1,0429} = \mathbf{8 \text{ Jahre}}$$

1.5

$$5\,000 = K_0 * \left(1 - \frac{24}{100}\right)^7$$

$$5\,000 = K_0 * 0,76^7 \quad | : 0,76^7$$

$$K_0 = \frac{5\,000}{0,76^7} = \mathbf{34\,141 \text{ €}}$$