Prüfungsaufgaben Aufgabe 99

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2007** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Haupttermin** | **Aufgabe B 2**

B 2.0 Der Punkt $A(-2|-2)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rauten $AB_nC_nD_n$. Die Eckpunkte $B_n\left(x\middle|-3x^{-1}-1\right)$ liegen auf dem Hyperbelast k mit der Gleichung $y=-3x^{-1}-1$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}$). Die Punkte C_n liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=x$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$).

B 2.1 Zeichnen Sie den Hyperbelast k für $x>0$ sowie die Rauten $AB_1C_1D_1$ für $x=2$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=6$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 8$; $-8\leqq y\leqq 7$ 3 P

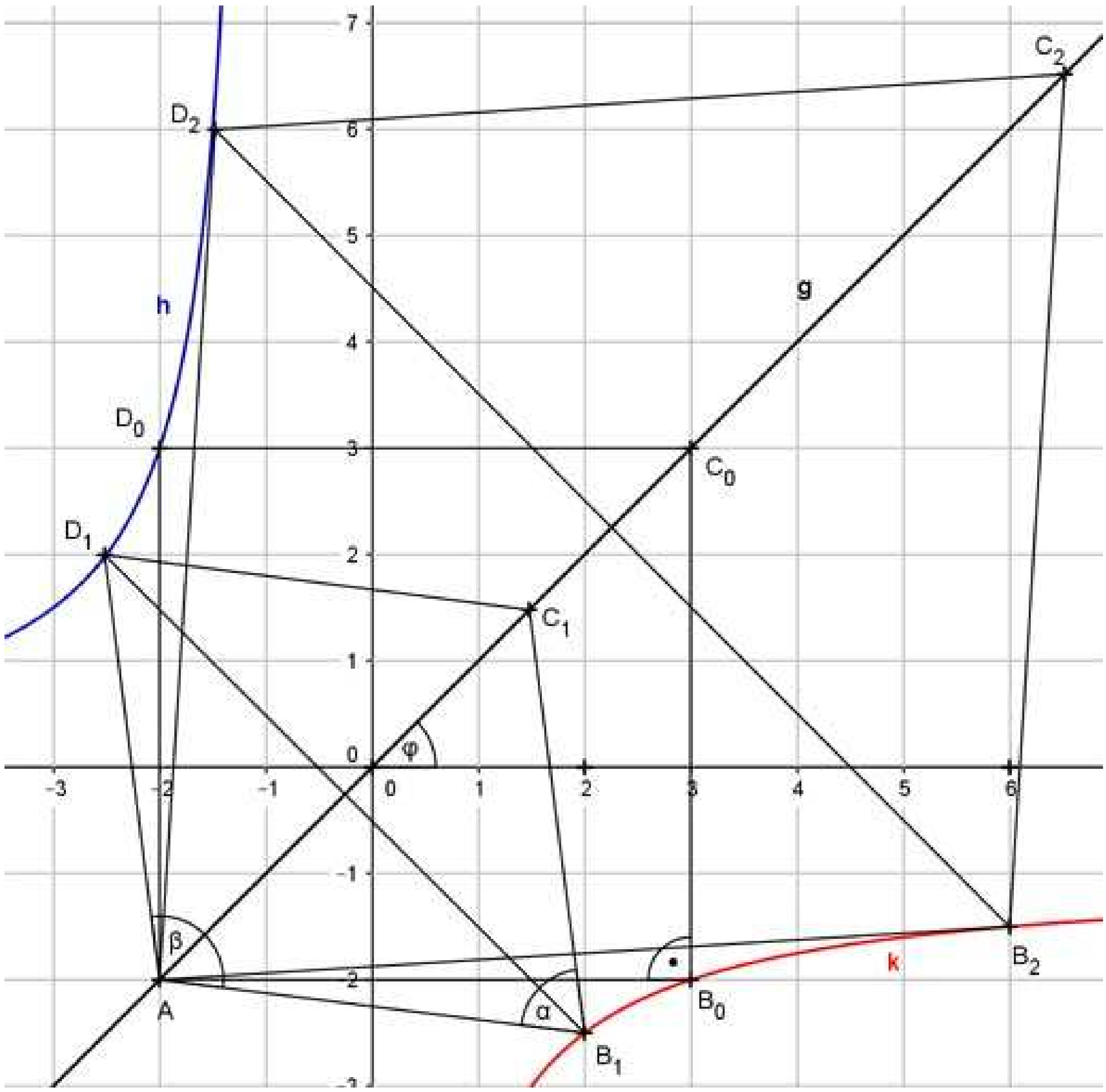
B 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die Definitionsmenge für die Abszissen x der Punkte B_n, sodass Rauten $AB_nC_nD_n$ entstehen. 3 P

B 2.3 Berechnen Sie die Innenwinkelmaße der Raute $AB_1C_1D_1$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen h der Eckpunkte D_n.
[Teilergebnis: $D_n(-3x^{-1}-1|x)$] 4 P

B 2.5 Unter den Rauten $AB_nC_nD_n$ gibt es ein Quadrat $AB_0C_0D_0$.
Zeichnen Sie das Quadrat $AB_0C_0D_0$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten der Eckpunkte B_0, C_0 und D_0. 4 P

2.0, 2.1, 2.5



2.2

Rauten entstehen dann, wenn AB nicht senkrecht auf g steht.

Steigung m_S der Senkrechten auf g:

$$m_S = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{1} = -1$$

m_S und die Koordinaten von A in eine Gleichung der Form y = mx + b eingesetzt:

- 2 = - 1 * (-2) + b | -2

$b = -4$

$y_S = -x - 4$

Schnittpunkt von y_S mit k:

$$-x - 4 = -\frac{3}{x} - 1| + 1 \qquad x \neq 0$$

$$-x - 3 = -\frac{3}{x} \mid {*x}$$

$-x^2 - 3x = -3 \mid *(-1)$

$x^2 + 3x = 3 \mid -3$

$x^2 + 3x - 3 = 0$

p, q - Formel:

$p = 3,\ q = -3$

$$x_{1,2} = \frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 3}$$

$x_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{5,25}$

$x_{1,2} = -1,5 \pm 2,29$

$x_1 = 0,79$ oder ($x_2 = -3,79 < 0$)

$x > 0,79$

2.3

B_1 hat die Koordinaten $\left(2 \mid -\frac{3}{2} - 1 = -2,5\right) = (2 \mid -2,5)$

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{OB_1} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -0,5 \end{bmatrix}$$

Länge von AB:

$AB_1^2 = 4^2 + (-0,5)^2 = 16,25 \mid \sqrt{\ }$

$AB_1 = 4{,}03$ LE = BC -->

Die x-Koordinate von $\overrightarrow{B_1C_1}$ entspricht der y-Koordinate von $\overrightarrow{AB_1}$ und ist gleich - 0,5.
Die y-Koordinate von $\overrightarrow{B_1C_1}$ entspricht der x-Koordinate von $\overrightarrow{AB_1}$ und ist gleich 4.

$$\overrightarrow{B_1C_1} = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{OC_1} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 3{,}5 \end{bmatrix}$$

Länge von AC_1:

$AC_1^2 = 3{,}5^2 + 3{,}5^2 = 24{,}5 \mid \sqrt{\ }$

$AC_1 = 4{,}95$ LE

Kosinussatz im Dreieck AB_1C_1:

$AC_1^2 = AB_1^2 + B_1C_1^2 - 2 * AB * B_1C_1 * \cos \alpha$

$24{,}5 = 16{,}25 + 16{,}25 - 2 * 4{,}03 * 4{,}03 * \cos \alpha$

$24{,}5 = 32{,}5 - 32{,}5 * \cos \alpha \mid - 32{,}5$

$- 8 = - 32{,}5 * \cos \alpha \mid :(- 32{,}5)$

$\cos \alpha = 0{,}2462$ --> **$\alpha = 75{,}75°$** oder $(\alpha = 180° - 75{,}75° = 104{,}25°)$

$2 * \beta = 360° - 2 * \alpha = 360° - 2 * 75{,}75° = 208{,}5° \mid :2$

$\beta = 104{,}25°$

2.4

Die Steigung von y = x ist = 1 --> $\tan \varphi = 1$ --> $\varphi = 45°$ --> $2\varphi = 90°$

D entsteht durch Achsenspiegelung von B an y = x.

$$\overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} \cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & -\cos 2\varphi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ -\frac{3}{x}-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 90° & \sin 90° \\ \sin 90° & -\cos 90° \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ -\frac{3}{x}-1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ -\frac{3}{x} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{x} - 1 \\ x \end{bmatrix}$$

Die x'-Koordinate des Trägergraphen h entspricht der x-Koordinate von D.

$$x' = -\frac{3}{x} - 1 \quad | + 1$$

$$x' + 1 = -\frac{3}{x} \quad | * x$$

$$x * (x + 1) = -3 \quad | :(x' + 1)$$

$$x = -\frac{3}{x' + 1}$$

In die y-Koordinate von D eingesetzt-- > h:

$$\mathbf{y' = -\frac{3}{x' + 1}}$$

2.5

Ein Quadrat entsteht dann, wenn AB_0 parallel zu x-Achse verläuft.

B_0 hat dann die gleiche y-Koordinate wie A, die ist = - 2.
Schnittpunkt mit k.

$$-2 = -\frac{3}{x} - 1 \quad | +1$$

$$-1 = -\frac{3}{x} \quad | *x$$

$$-x = 3 \quad | *(-1)$$

$$x = 3$$

$\mathbf{B_0(3 | -2)}$

$\mathbf{D_0}(- \frac{3}{3} - 1 = - 2|3) =$ **(-2|3)**

C hat die gleiche x-Koordinate wie B, die ist = 3. In y = x eingesetzt -->
y = 3

$\mathbf{C_0}$(3|3)