

Prüfungsaufgaben Aufgabe 109

Prüfungsdauer:  
150 Minuten

**Abschlussprüfung 2007**  
an den Realschulen in Bayern

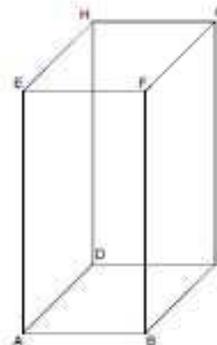
**R4/R6**

Mathematik II

Haupttermin

Aufgabe B 2

- B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des Quaders ABCDEFGH, dessen Grundfläche das Rechteck ABCD ist. Es gilt:  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ;  $\overline{BC} = 8 \text{ cm}$  und  $\overline{AE} = 10 \text{ cm}$ .



Der Punkt P auf der Kante [AE] mit  $\overline{EP} = 7 \text{ cm}$  und die Punkte B und G sind die Eckpunkte des Dreiecks PBG.

- B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Quaders ABCDEFGH mit dem Dreieck PBG, wobei die Kante [AB] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$

Berechnen Sie sodann die Längen der Strecken [BP] und [PG].

[Teilergebnisse:  $\overline{BP} = 5,83 \text{ cm}$ ;  $\overline{PG} = 11,75 \text{ cm}$ ]

4 P

- B 2.2 Berechnen Sie das Maß  $\varphi$  des Winkels BPG.

[Ergebnis:  $\varphi = 86,67^\circ$ ]

2 P

- B 2.3 Berechnen Sie den Abstand d des Punktes P von der Strecke [BG].

3 P

- B 2.4 Es entstehen neue Quader  $AB_nC_nDE_nF_nG_nH_n$ , indem man die Kanten [AB] und [DC] über B und C hinaus um jeweils  $2x \text{ cm}$  verlängert und gleichzeitig die Höhe des Quaders um  $x \text{ cm}$  verkürzt mit  $0 < x < 10$ ;  $x \in \mathbb{R}$ .

Zeichnen Sie für  $x = 2$  den Quader  $AB_1C_1DE_1F_1G_1H_1$  in das Schrägbild zu 2.1 ein.

1 P

- B 2.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen der Quader  $AB_nC_nDE_nF_nG_nH_n$  in Abhängigkeit von  $x$  gilt:  $V(x) = (-16x^2 + 120x + 400) \text{ cm}^3$ .

Bestimmen Sie sodann den Wert von  $x$ , für den man das maximale Volumen erhält und geben Sie dieses an.

3 P

- B 2.6 Tabellarisieren Sie das Volumen  $V(x) = (-16x^2 + 120x + 400) \text{ cm}^3$  für  $x \in [0; 10]$  in Schritten von  $\Delta x = 1$  und zeichnen Sie den Graphen zu  $V(x) = y \text{ cm}^3$  mit  $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 cm;  $0 \leq x \leq 10$

Auf der y-Achse: 1 cm für  $50 \text{ cm}^3$ ;  $0 \leq y \leq 650$

Berechnen Sie sodann, für welchen Wert von  $x$  ein Quader mit einem Volumen von  $300 \text{ cm}^3$  entsteht.

4 P



$$PG^2 = PK^2 + KG^2$$

$$PG^2 = 89 + 7^2 = 138 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\mathbf{PG = 11,75 \text{ cm}}$$

## 2.2

Satz von Pythagoras im Dreieck BCG:

$$BG^2 = BC^2 + CG^2$$

$$BG^2 = 8^2 + 10^2 = 164 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$BG = 12,81 \text{ cm}$$

Kosinussatz im Dreieck PBG:

$$BG^2 = PB^2 + PG^2 - 2 * PB * PG * \cos \alpha$$

$$164 = 34 + 138 - 2 * 5,83 * 11,75 * \cos \alpha \quad \text{cm}^2$$

$$164 = 172 - 137 * \cos \alpha \quad | - 172$$

$$- 8 = - 137 * \cos \alpha \quad | :(-137)$$

$$\cos \alpha = 0,0584 \quad \rightarrow \mathbf{\alpha = 86,65^\circ}$$

## 2.3

Sinussatz im Dreieck PBG:

$$\frac{BG}{\sin \alpha} = \frac{PB}{\sin \beta}$$

Über Kreuz multipliziert:

$$BG * \sin \beta = PB * \sin \alpha \quad | :BG$$

$$\sin \beta = \frac{PB * \sin \alpha}{BG} = \frac{5,83 \text{ cm} * \sin 86,65^\circ}{12,81 \text{ cm}} = 0,4543 \quad \rightarrow \beta = 27,02^\circ$$

Im Dreieck PMG gilt:

$$\sin \beta = \frac{PM}{PG} \quad | \cdot PG$$

$$PM = d = PG * \sin \beta = 11,75 \text{ cm} * \sin \beta = 11,75 \text{ cm} * \sin 27,02^\circ$$

$$\mathbf{PM = 5,34 \text{ cm}}$$

## 2.5

$$V_{(x)} = (AB + 2x) * BC * (CG - x)$$

$$V_{(x)} = (5 + 2x) * 8 * (10 - x)$$

$$V_{(x)} = 8 * (50 + 15x - 2x^2)$$

$$\mathbf{V_{(x)} = - 16x^2 + 120x + 400 \text{ cm}^3}$$

Berechnung der Scheitelpunktkoordinaten

$$V_{(x)} = - 16x^2 + 120x + 400 \quad | :(-16)$$

$$\frac{V_{(x)}}{-16} = x^2 - 7,5x - 25$$

$$\frac{V_{(x)}}{-16} = (x^2 - 3,75)^2 - 14,0625 - 25$$

$$\frac{V_{(x)}}{-16} = (x^2 - 3,75)^2 - 39,0625 \quad | * (-16)$$

$$V_{(x)} = - 16(x - 3,75)^2 + 625$$

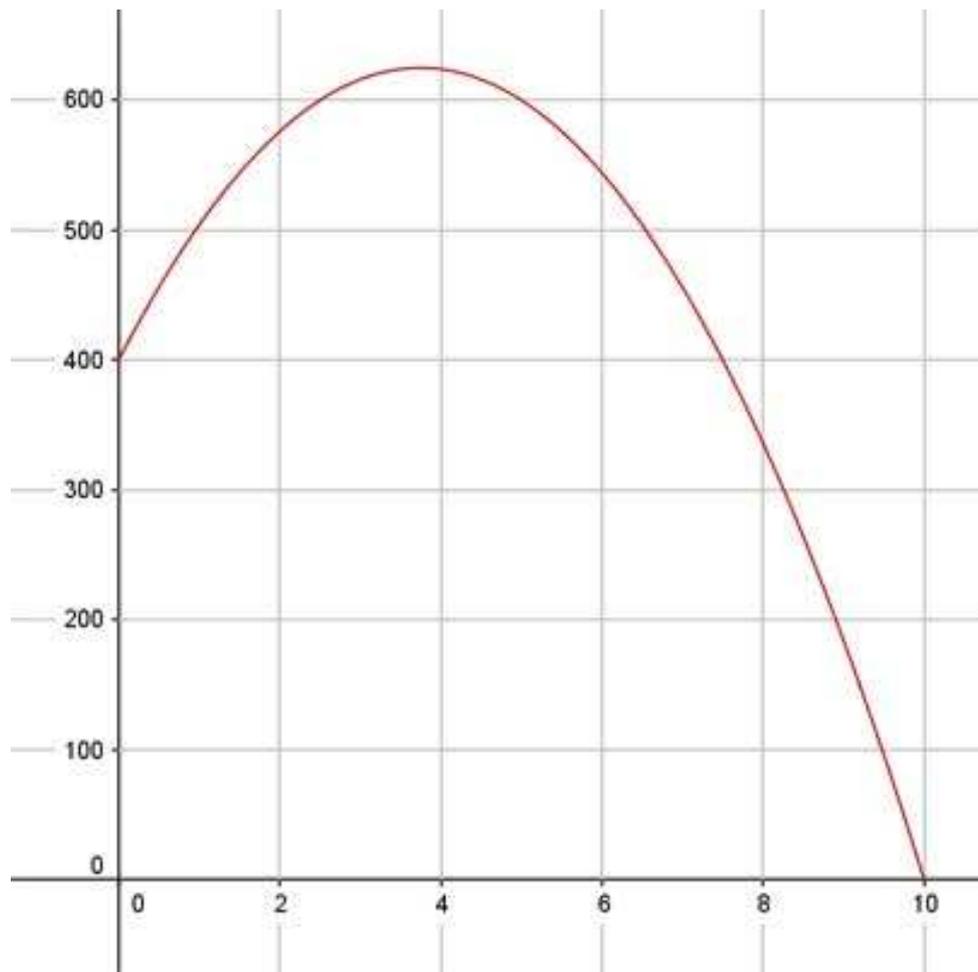
**Wenn  $x = 3,75 \text{ cm}$ ,**

**dann ist das Volumen maximal und beträgt  $625 \text{ cm}^3$ .**

## 2.6

Wertetabelle zu  $V_{(x)}$ :

x	0	2	4	6	8	10
y	400	576	624	544	336	0



$$300 = -16x^2 + 120x + 400 \quad | -300$$

$$-16x^2 + 120x + 100 = 0$$

A,B,C - Formel:

$$A = -16, B = 120, C = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-120 \pm \sqrt{120^2 - 4 \cdot (-16) \cdot 100}}{2 \cdot (-16)} = \frac{-120 \pm \sqrt{20800}}{-32}$$

$$x_{1,2} = \frac{-120 \pm 144,2}{-32}$$

$$x_1 = -0,76 \text{ cm keine Lösung } < 0$$

$$x_2 = \mathbf{8,26 \text{ cm}}$$