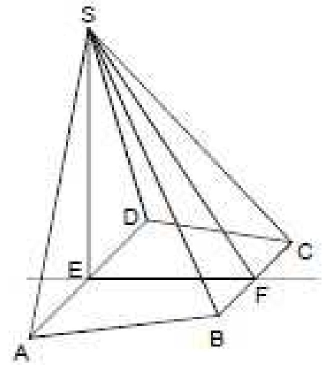
Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2007
an den vierstufigen Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche ein gleichschenkliges Trapez ist. Die Seiten [AD] und [BC] sind parallel zueinander, E ist der Mittelpunkt von [AD] und F der Mittelpunkt von [BC]. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Punkt E und es gilt:
$\overline{AD} = 8\text{ cm}$; $\overline{BC} = 5\text{ cm}$; $\overline{EF} = 4\text{ cm}$ und $\overline{ES} = 6\text{ cm}$.



C 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Berechnen Sie sodann das Maß φ des Winkels BSC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 4 P

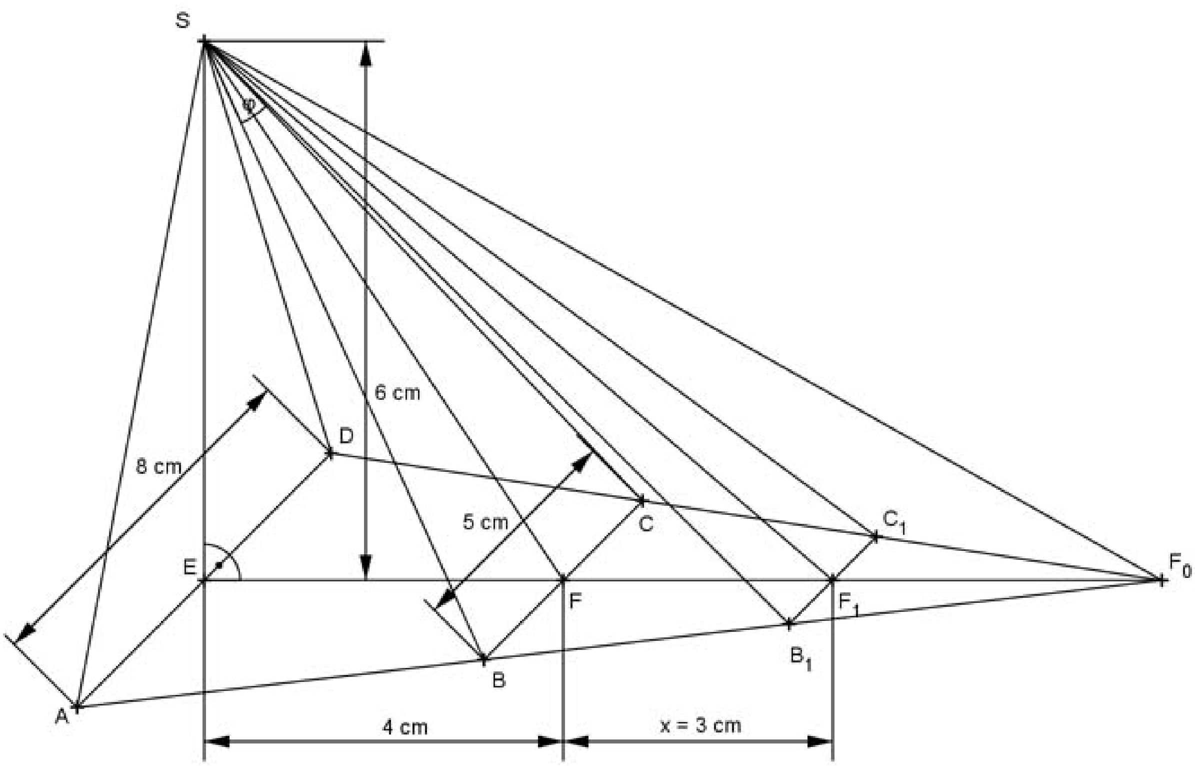
C 2.2 Verlängert man die Kanten [AB] und [DC] über B und C hinaus jeweils um die gleiche Streckenlänge, so entstehen neue Pyramiden AB_nC_nDS mit den Trapezen AB_nC_nD als Grundfläche. F_n ist der Mittelpunkt der Kante $[B_nC_n]$ und es gilt:
$\overline{FF_n} = x\text{ cm}$ mit $x < \frac{20}{3}$; $x \in \mathbb{R}^+$.
Zeichnen Sie die Pyramide AB_1C_1DS für $x = 3$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

C 2.3 Für $\overline{FF_0} = \frac{20}{3}\text{ cm}$ wird die Grundfläche der zugehörigen Pyramide AF_0DS das gleichschenklige Dreieck AF_0D.
Zeichnen Sie das gleichschenklige Dreieck AF_0D in das Schrägbild zu 2.1 ein und bestätigen Sie sodann durch Rechnung, dass gilt: $\overline{FF_0} = \frac{20}{3}\text{ cm}$. 3 P

C 2.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich das Volumen der Pyramiden AB_nC_nDS in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (-0,75x^2 + 10x + 52)\text{ cm}^3$.
[Teilergebnis: $\overline{B_nC_n}(x) = (5 - 0,75x)\text{ cm}$] 5 P

C 2.5 Berechnen Sie, für welche Belegung von x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Volumen der zugehörigen Pyramide AB_2C_2DS um 25% größer ist als das Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

2.0 - 2.3



2.1

Satz von Pythagoras im Dreieck EFS:

$SF^2 = ES^2 + EF^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \;|\sqrt{}$

$SF = 7{,}2\text{ cm}$

Im Dreieck FCS gilt:

$$\tan \varphi/2 = \frac{BC/2}{FS} = \frac{2{,}5\text{ cm}}{7{,}2\text{ cm}} = 0{,}3472 \dashrightarrow \varphi/2 = 19{,}15° \dashrightarrow \boldsymbol{\varphi = 38{,}3°}$$

2.3

Strahlensatz:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{x}{EF + x}$$

Über Kreuz multipliziert:

$y = FF_0$

$BC * (EF + y) = AD * y$

$BC * EF + BC * y = AD * y \mid - BC * y$

$BC * EF = AD * y - BC * y$

$BC * EF = y * (AD - BC) \mid :(AD - BC)$

$$\mathbf{y} = \frac{BC * EF}{AD - BC} = \frac{5\text{ cm} * 4\text{ cm}}{8\text{ cm} - 5\text{ cm}} = \mathbf{\frac{20}{3}\text{ cm}}$$

2.4

Strahlensatz:

$$\frac{B_nC_n}{BC} = \frac{FF_0 - x}{FF_0} \mid *BC$$

$$B_nC_n = \frac{BC * (FF_0 - x)}{FF0} = \frac{5 * (20/3 - x)}{20/3} = 5 - 0{,}75x$$

$$V_{(x)} = \frac{\frac{B_nC_n + AD}{2} * EF_n * ES}{3} = \frac{(BnCn + AD) * EF_n * ES}{6}$$

$$V_{(x)} = \frac{((5 - 0{,}75x) + 8) * (4 + x) * 6}{6}\text{ cm}^3 = (13 - 0{,}75x) * (4 + x)$$

$$\mathbf{V_{(x)} = 52 + 10x - 0{,}75x^2\ \ cm^3}$$

2.5

$$V_{ABCDS} = \frac{\frac{AD + BC}{2} * EF * ES}{3} = \frac{(AD + BC) * EF * ES}{6}$$

$$V_{ABCDS} = \frac{(8\text{ cm} + 5\text{ cm}) * 4\text{ cm} * 6\text{ cm}}{6}\text{ cm}^3 = 52\text{ cm}^3$$

25% größer bedeutet Prozentfaktor 1,25 -->

$V_2 = 1{,}25 * 52\text{ cm}^3 = 65\text{ cm}^3$

$65 = 52 + 10x - 0{,}75x^2 \mid -65$

$-0{,}75x^2 + 10x - 13 = 0$

A,B,C - Formel:

A = - 0,75, B = 10, C = - 13

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4*(-0{,}75)*(-13)}}{2 * (-0{,}75)} = \frac{-10 \pm \sqrt{61}}{-1{,}5}$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm 7{,}8}{-1{,}5}$$

$x_1 = 1{,}47$ cm

($x_2 = 11{,}87$ cm keine Lösung > 20/3)