Prüfungsaufgaben Aufgabe 116

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_3(x+1) - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f für $x \in [-0,5; 8]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 9$; $-4 \leqq y \leqq 7$. 3 P

A 1.2 Der Graph der Funktion f wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} a \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}$ auf den Graphen der Funktion f' abgebildet. Der Punkt $P'(0 \mid 4)$ liegt auf dem Graphen zu f'.
Berechnen Sie den Wert von a.
Ermitteln Sie sodann die Gleichung der Funktion f' durch Rechnung und zeichnen Sie den Graphen zu f' in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 4 P

A 1.3 Punkte $A_n(x \mid 2 \cdot \log_3(x+1) - 2)$ auf dem Graphen zu f und Punkte $C_n(x \mid 2 \cdot \log_3(x+3) + 2)$ auf dem Graphen zu f' haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -1$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 3$ LE.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und C_n gilt:
$M_n(x \mid \log_3(x^2 + 4x + 3))$. 2 P

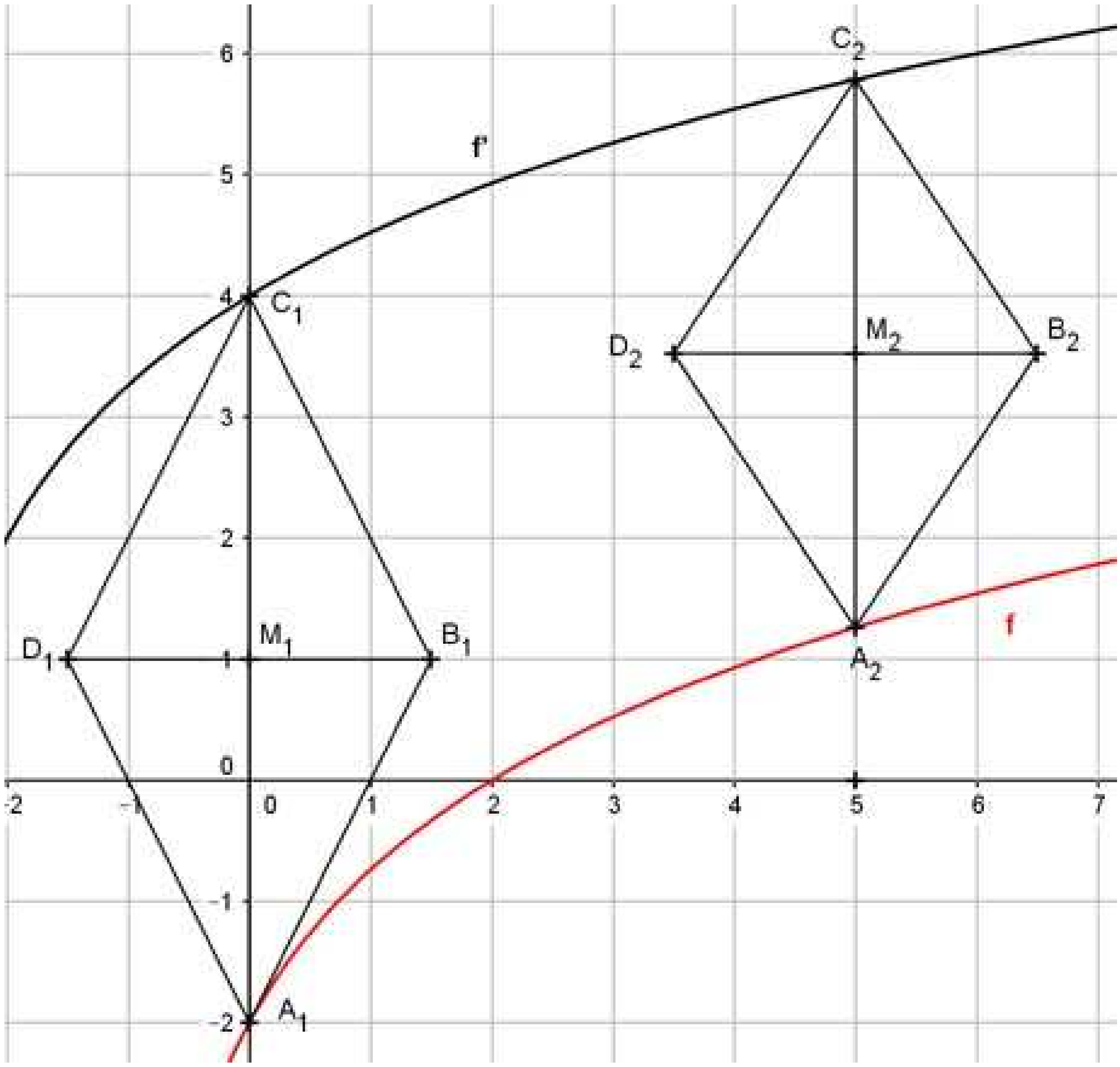
A 1.5 Der Diagonalenschnittpunkt M_3 der Raute $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der x-Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

A 1.6 Die Raute $A_4B_4C_4D_4$ hat den Flächeninhalt 10 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes C_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

1.0 - 1.3

Wertetabellen zu f und f':

x	-0,5	1	3	5	7	8
y	-3,3	-0,7	0,5	1,3	1,8	2
y'	3,7	4,5	5,3	5,8	6,2	6,4



1.1

Definitionsbereich:

x > -1, nur dafür existiert der Ausdruck $\log_3(x + 1)$

--> Gleichung der Asymptote:

x = -1

x' = x + a |-a

$x = x' - a$

$y' = 2 * lg_3(x' - a + 1) - 2 + 4$

$y' = 2 * lg_3(x' - a + 1) + 2$

Punktkoordinaten von P' eingesetzt:

$4 = 2 * lg_3(0 - a + 1) + 2 \mid -2$

$2 = 2 * lg_3(1 - a) \mid :2$

$1 = lg_3 (1 - a)$

$3^1 = 1 - a \mid -1$

$2 = -a \mid *(-1)$

$a = - 2$

$y' = 2 * lg3x' - (-2) + 1) + 2$

$y' = lg_3(x' + 3) + 2$

1.4

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + 0,5 * \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + 0,5 *(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OA} + 0,5 * \overrightarrow{OC} - 0,5 * \overrightarrow{OA} = 0,5 * (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC})$

$OM = 0,5 * (2 * lg_3(x +1) - 2 + 2 * lg_3(x + 3) + 2$

$OM = lg_3(x + 1) + lg_3(x + 3)$

$OM =$ $lg_3(x + 1)(x + 3) =$ **$lg_3(x^2 + 4x + 3)$**

1.5

Liegt auf der x-Achse bedeutet $y = 0$

$lg_3(x^2 + 4x + 3) = 0$

$x^2 + 4x + 3 = 3^0$

$x^2 + 4x + 3 = 1 \mid -1$

$x^2 + 4x + 2 = 0$

p, q - Formel:

$p = 4, q = 2$

$x_{1,2} = \frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 2}$

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{2}$

$x_{1,2} = -2 \pm 1,41$

$x_1 = -3,41$ keine Lösung < - 1

$x_2 = -0,59$

C_3 hat die Koordinaten $(-0,59|2 * lg_3(-0,59 + 3) + 2 = 3,60)$

$C_3(-0,59|3,60)$

1.6

$AC = 2 * lg_3(x + 3) + 2 - (2 * lg_3(x + 1) - 2)$

$AC = 2 * lg_3(x + 3) - (2 * lg_3(x + 1) + 4$

$AC = 2 *[lg_3(x + 3) - lg_3(x + 1)] + 4$

$$AC = 2 * lg_3 \frac{(x + 3)}{(x + 1)} + 4$$

$A = 0,5 * BD * AC$

$$10 = 0,5 * 3 * (2 * lg_3 \frac{(x + 3)}{(x + 1)} + 4)$$

$$10 = 3 * lg_3 \frac{(x + 3)}{(x + 1)} + 6 \mid -6$$

$$4 = 3 * lg_3 \frac{(x + 3)}{(x + 1)} \mid : 3$$

$$\frac{4}{3} = \lg_3 \frac{(x + 3)}{(x + 1)}$$

$$3^{4/3} = \frac{x + 3}{x + 1} \quad | \ *(x + 1)$$

$4{,}33 * (x + 1) = x + 3$

$4{,}33x + 4{,}33 = x + 3 \quad | \ -x$

$3{,}33x + 4{,}33 = 3 \quad | \ -4{,}33$

$3{,}33x = - 1{,}33 \quad | \ :3{,}33$

$$\mathbf{x =} - \frac{1{,}33}{3{,}33} = \mathbf{- 0{,}4}$$