Prüfungsaufgaben Aufgabe 118

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}+2$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an. 2 P

B 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x\in[-7;2]$ mit $\Delta x=1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8\leqq x\leqq 3$; $-7\leqq y\leqq 4$. 2 P

B 1.3 Der Graph der Funktion f wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k=-2$ auf den Graphen der Funktion f' abgebildet.
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f' die Gleichung $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}-4$ besitzt und zeichnen Sie den Graphen zu f' in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 3 P

B 1.4 Punkte A_n auf dem Graphen zu f und Punkte B_n auf dem Graphen zu f' haben dieselbe Abszisse x und sind für $x>-5$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[A_nB_n]$.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x=-3$ und $A_2B_2C_2$ für $x=-1$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 2 P

B 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und B_n gilt:

$$A(x)=\left(-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5}+3\right)^2 \text{ FE}.$$

4 P

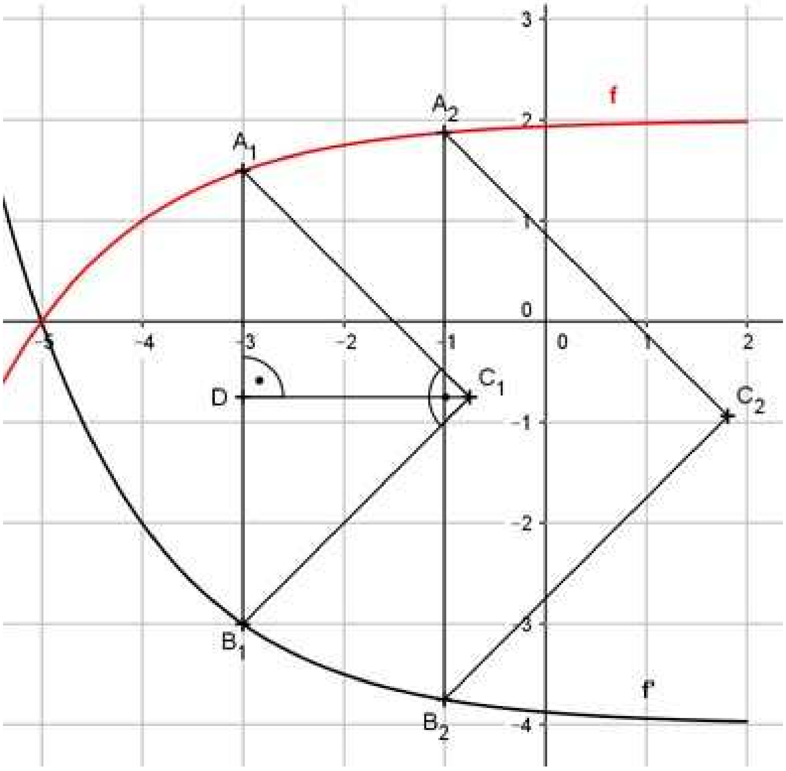
B 1.6 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 2,25 FE.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3. 2 P

B 1.7 Begründen Sie, dass die y-Koordinate der Punkte C_n nicht den Wert -1 annehmen kann. 2 P

1.0 - 1.4

Wertetabellen zu f und f':

x	- 7	-5	-3	-1	1	2
y	-6	0	1,5	1,88	1,97	1,98
y'	12	0	-3	-3,75	-3,94	-3,97



1.1

Definitionsmenge:

- ∞ < x < ∞

Wertemenge:

y < 2, weil der Ausdruck $0{,}5^{x+4}$ mit immer größer werdendem x gegen 0

geht.

--> Gleichung der Asymptote:

y = 2

1.3

x' = x

$y' = - 2 (- 0{,}5^{x+4} - 2)$

Mit $2 = 0{,}5^{-1}$

$y' = - 0{,}5^{-1} * (-0{,}5^{x+4}) - 4$

$y' =$ $0{,}5^{x+4-1} - 4 =$ **$0{,}5^{x+3} - 4$**

1.5

Das Dreieeck ABC ist die Hälfte eines Quadrates, deswegen ist AB/2 = DC.

$$A = \frac{AB * \frac{AB}{2}}{2} = \frac{AB^2}{4} = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

$$\frac{AB}{2} = \frac{y_{(A)} - y_{(B)}}{2} = 0{,}5 * (- 0{,}5^{x+4} + 2 - (0{,}5^{x+3} - 4)$$

$$\frac{AB}{2} = 0{,}5 * (- 0{,}5^{x} * 0{,}5^{4} - 0{,}5^{x} * 0{,}5^{3} + 6)$$

$$\frac{AB}{2} = - 0{,}5^{x} * 0{,}5^{5} - 0{,}5^{x} * 0{,}5^{4} + 3$$

$$\frac{AB}{2} = - 0{,}5^{x} * (\frac{1}{32} -+ \frac{1}{16}) + 3$$

$$\frac{AB}{2} = - 0{,}5^{x} * (\frac{1}{32} -+ \frac{2}{32}) + 3$$

$$\frac{AB}{2} = - 0{,}5^{x} * 3 * 0{,}5^{5} + 3$$

$$\frac{AB}{2} = - 3 * 0{,}5^{x+5} + 3$$

$\left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \mathbf{(-3 * 0{,}5^{x+5} + 3)^2\ FE = A_{(x)}}$

1.6

$2{,}25 = (-3 * 0{,}5^{x+5} + 3)^2 \mid \sqrt{\ }$

$1{,}5 = -3 * 0{,}5^x * 0{,}5^5 + 3$

$1{,}5 = -\frac{3}{32} * 0{,}5^x + 3 \mid -3$

$-1{,}5 = -\frac{3}{32} * 0{,}5^x \mid *32$

$-48 = -3 * 0{,}5^x \mid :(-3)$

$0{,}5^x = 16$

$0{,}5^x = 0{,}5^{-4}$

Exponentenvergleich:

$x = -4$

B hat die Koordinaten(-4|0,5-4+3 - 4 = 2 - 4 = -2)

B(-4|-2)

1.7

Punkte D und C haben die gleiche y-Koordinate.

D hat die y-Koordinate - 1 dann, wenn $y_A = 2$ und $y_{\cancel{B}} = -4$, denn dann ist

$\frac{yA + yb}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1$. Geht aber nicht, weil sowohl y = 2 wie auch

y = - 4 Asymptoten sind.

Rechnung:

$\frac{\overrightarrow{AB}}{2} = \frac{\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}}{2}$

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{AB}}{2} = \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}}{2} = \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{OB}}{2} - \frac{\overrightarrow{OA}}{2} = \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}$$

$$\overrightarrow{OD} = 0{,}5* \begin{bmatrix} 2x \\ 0{,}5^{x}*\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{16}\right)-2 \end{bmatrix} = 0{,}5* \begin{bmatrix} 2x \\ 0{,}5^{x}*\frac{1}{16}-2 \end{bmatrix} = 0{,}5* \begin{bmatrix} 2x \\ 0{,}5^{x+4}-2 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OD} = \begin{bmatrix} x \\ 0{,}5^{x+5}-1 \end{bmatrix}$$

$0{,}5^{x+5} - 1 = -1 \mid +1$

$0{,}5^{x+5} = 0$ --> Es gibt kein x für das diese Gleichung = 0 wird --> C kann nicht die y-Koordinate - 1 annehmen.