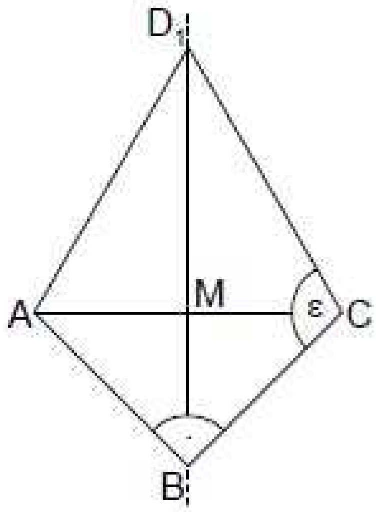
Prüfungsaufgaben Aufgabe 120b

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe P 3**

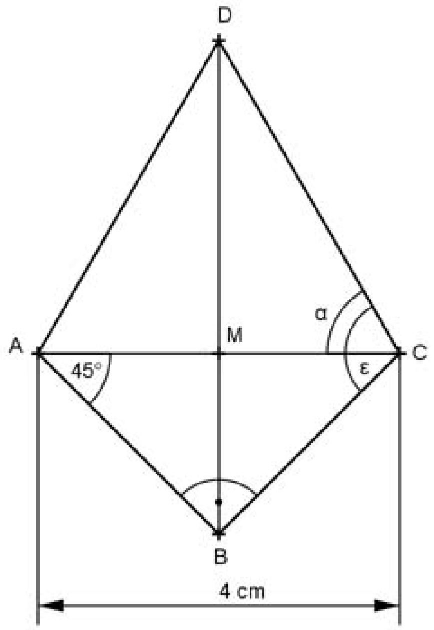
P 3.0 Gegeben ist das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC mit der 4 cm langen Hypotenuse [AC]. Der Mittelpunkt der Hypotenuse [AC] ist der Punkt M.
Punkte D_n liegen auf der Geraden MB, wobei die Winkel D_nCB das Maß ε mit $\varepsilon \in]45°; 135°[$ haben.
Die Punkte A, B, C und D_n sind die Eckpunkte von konvexen Drachenvierecken $ABCD_n$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck $ABCD_1$ für $\varepsilon = 105°$.



P 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[D_nC]$ in Abhängigkeit von ε. 2 P

P 3.2 Die Drachenvierecke $ABCD_n$ rotieren um die Gerade BD_n.
Bestimmen Sie durch Rechnung das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von ε. 3 P



3.1

Im Dreieck MCD gilt:

MC = AC/2 = 4 cm/2 = 2 cm

$\alpha = \varepsilon - 45°$

$$\cos \alpha = \frac{MC}{CD} \quad | \cdot CD$$

$$CD \cdot \cos \alpha = MC \quad | :\cos \alpha$$

$$\mathbf{CD_{(\varepsilon)}} = \frac{MC}{\cos \alpha} = \frac{\mathbf{2\ cm}}{\mathbf{\cos(\varepsilon - 45°)}}$$

3.2

$$V(\varepsilon) = \frac{\pi \cdot MC^2 \cdot BD}{3}$$

BD = BM + MD

BM = MC = 2 cm

Im Dreieck MCD gilt:

$$\tan \alpha = \frac{MD}{MC} \quad | \; *MC$$

$$MD = MC * \tan \alpha = 2\text{ cm} * \tan(\varepsilon - 45°)$$

$$V(\varepsilon) = \frac{\pi * 2^2\text{ cm}^2 * (2\text{ cm} + 2\text{ cm} * \tan(\varepsilon - 45°))}{3}$$

$$\mathbf{V(\varepsilon) = \frac{\pi * 8 * (1 + * \tan(\varepsilon - 45°))}{3}\text{ cm}^3}$$