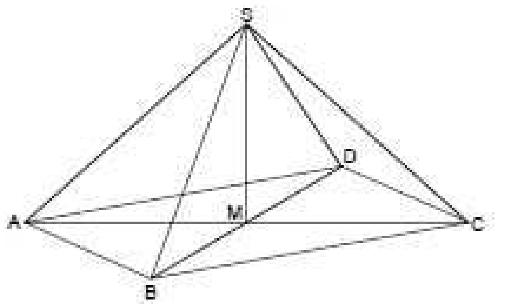
Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Fast 4000 Jahre lang war die Cheops-Pyramide in Ägypten das höchste Bauwerk der Erde.
Die nebenstehende Skizze zeigt ein Modell dieser Pyramide: Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der quadratischen Grundfläche ABCD mit der Seitenlänge $\overline{AB} = 230$ m.
Es gilt: $\overline{MS} = 146$ m.



C 2.1 Berechnen Sie die Länge der Diagonalen [AC] auf Meter gerundet und zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS im Maßstab 1:2500, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 30°$. 3 P

C 2.2 Der Winkel SQM ist der Neigungswinkel der Seitenfläche BCS gegenüber der Grundfläche der Pyramide.
Zeichnen Sie das Dreieck QSM in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie das Maß δ des Winkels SQM. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.
[Ergebnis: $\delta = 51{,}8°$] 2 P

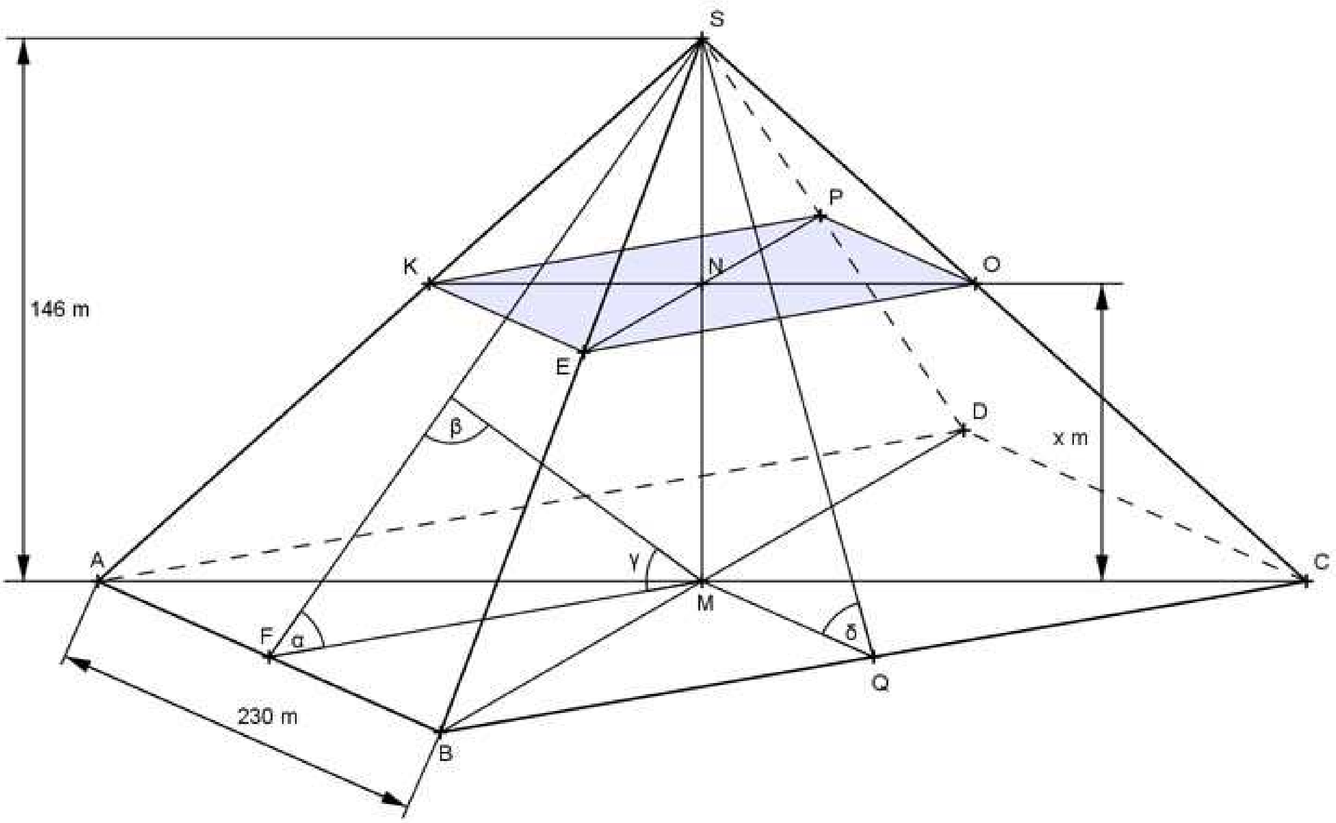
C 2.3 Stellt man sich zur Grundfläche der Pyramide parallele Ebenen vor, die die Kanten der Pyramide in den Punkten $K_n \in [AS]$, $E_n \in [BS]$, $O_n \in [CS]$ und $P_n \in [DS]$ schneiden, so entstehen Quadrate $K_nE_nO_nP_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten N_n.
Es gilt: $\overline{MN_n} = x$ m mit $0 < x < 146$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie das Quadrat $K_1E_1O_1P_1$ für $x = 80$ maßstabsgetreu in das Schrägbild zu 2.1 ein und zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Quadrate $K_nE_nO_nP_n$ in Abhängigkeit von x gilt (Werte auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet):
$A(x) = 2{,}48 \cdot (146 - x)^2$ m². 4 P

C 2.4 Das Quadrat $K_2E_2O_2P_2$ hat den Flächeninhalt 1000 m².
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. Runden Sie auf Ganze. 2 P

C 2.5 Für das Quadrat $K_3E_3O_3P_3$ gilt: $x = 100$.
Ermitteln Sie rechnerisch, wie viel Prozent des Volumens der Pyramide ABCDS sich unterhalb der Schnittfläche befinden. 3 P

C 2.6 Um die Lage einer Grabkammer zu bestimmen, wurden folgende Überlegungen angestellt: Im Dreieck ABS ist der Mittelpunkt der Seite [AB] der Punkt F. Punkte G_n liegen auf der Höhe [FS] des Dreiecks ABS.
Berechnen Sie die Länge der Strecken $[G_nM]$ in Abhängigkeit vom Maß γ der Winkel G_nMF. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. 3 P

2.0 - 2.2



2.1

AB = BC

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2302\ m^2 + 2302\ m^2 = 105\,800\ m^2$ |√

AC = 325,27 m gerundet **325 m**.

2.2

Im Dreieck MQS gilt:

MQ = AB/2 = 230 m/2 = 115 m

$\tan \delta = \frac{MS}{MQ} = \frac{146\ m}{115\ m} = 1{,}2696$ --> **$\delta = 51{,}8°$**

2.3

KE = EO

A = KE * EO = KE^2

SAtz von Pythagoras im Dreieck KEO:

$KO^2 = 2 * KE^2 \mid :2$

$KE^2 = \frac{KO^2}{2} \mid \sqrt{}$

$KE = \frac{KO}{\sqrt{2}}$

Strahlensatz:

$\frac{KO}{AC} = \frac{SM - x}{SM} \mid *AC$

$KO = \frac{AC * (SM - x)}{SM} = \frac{325 \text{ m} * (146 \text{ m} - x)}{146 \text{ m}}$

$KE = \frac{325 \text{ m} * (146 \text{ m} - x)}{146 \text{ m} * \sqrt{2}} = 1{,}57 * (146 \text{ m} - x)$

$\mathbf{A_{(x)} =}$ $(1{,}57 * (146 \text{ m} - x))^2 =$ $\mathbf{2{,}46 * (146 \text{ m} - x)^2 \text{ m}^2}$

2.4

$1\,000 = 2{,}46 * (146 \text{ m} - x)^2 \mid :2{,}46$

$406{,}5 = x^2 - 292x + 21\,316 \mid -406{,}5$

$x^2 - 292x + 20\,909{,}5 = 0$

p, q - Formel:

$p = -292, q = 20\,909{,}5$

$x_{1,2} = \frac{-(-292)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-292}{2}\right)^2 - (-20909{,}5)}$

$x_{1,2} = 146 \pm \sqrt{406{,}5}$

$x_{1,2} = 146 \pm 20$

$x_1 = 166$ m keine Lösung > 146 m

$\mathbf{x_2 = 126 \text{ m}}$

2.5

$A = 2{,}46 * (146 - 100)^2 = 5\,205{,}4\ m^2$

$$V_{ABCDS} = \frac{AB^2 * MS}{3} = \frac{230^2\ m^2 * 146\ m}{3} = 2\,547\,467\ m^3$$

$$V = \frac{A * (MS - 100)}{3} = \frac{5\,205{,}4\ m^2 * (146\ m - 100\ m)}{3}$$

$V = 79\,816{,}1\ m^3$

Verhältnisgleichung:

$2\,547\,467\ m^3 : 100\% = 79\,816{,}1\ m^3 : x\%$

$x * 2\,547\,467 = 79\,816{,}1 * 100 \mid :2547\,467$

$$x = \frac{79\,816{,}1 * 100}{2\,547\,467} = 3{,}1\%$$

Unterhalb befinden sich 100% - 3,1% = **96,9°**

2.6

Im Dreieck FMG gilt:

$\alpha = \delta = 51{,}8°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - 51{,}8° - \gamma = 128{,}2° - \gamma$

$FM = BC/2 = 230\ m/2 = 115\ m$

Sinussatz:

$$\frac{GM}{\sin \alpha} = \frac{FM}{\sin(128{,}2° - \gamma)} \quad | * \sin \alpha$$

$$\mathbf{GM_{(\gamma)}} = \frac{FM * \sin \alpha}{\sin(128{,}2° - \gamma)} = \frac{115\ m * \sin 51{,}8°}{\sin(128{,}2° - \gamma)} = \mathbf{\frac{90{,}4\ m}{\sin(128{,}2° - \gamma)}}$$