Prüfungsaufgaben Aufgabe 126

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-2|-3)$ und $C(5|0,5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + 2x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $c \in \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,5x^2 + 2x + 3$ hat und zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3; 7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-8 \leqq y \leqq 6$. 3 P

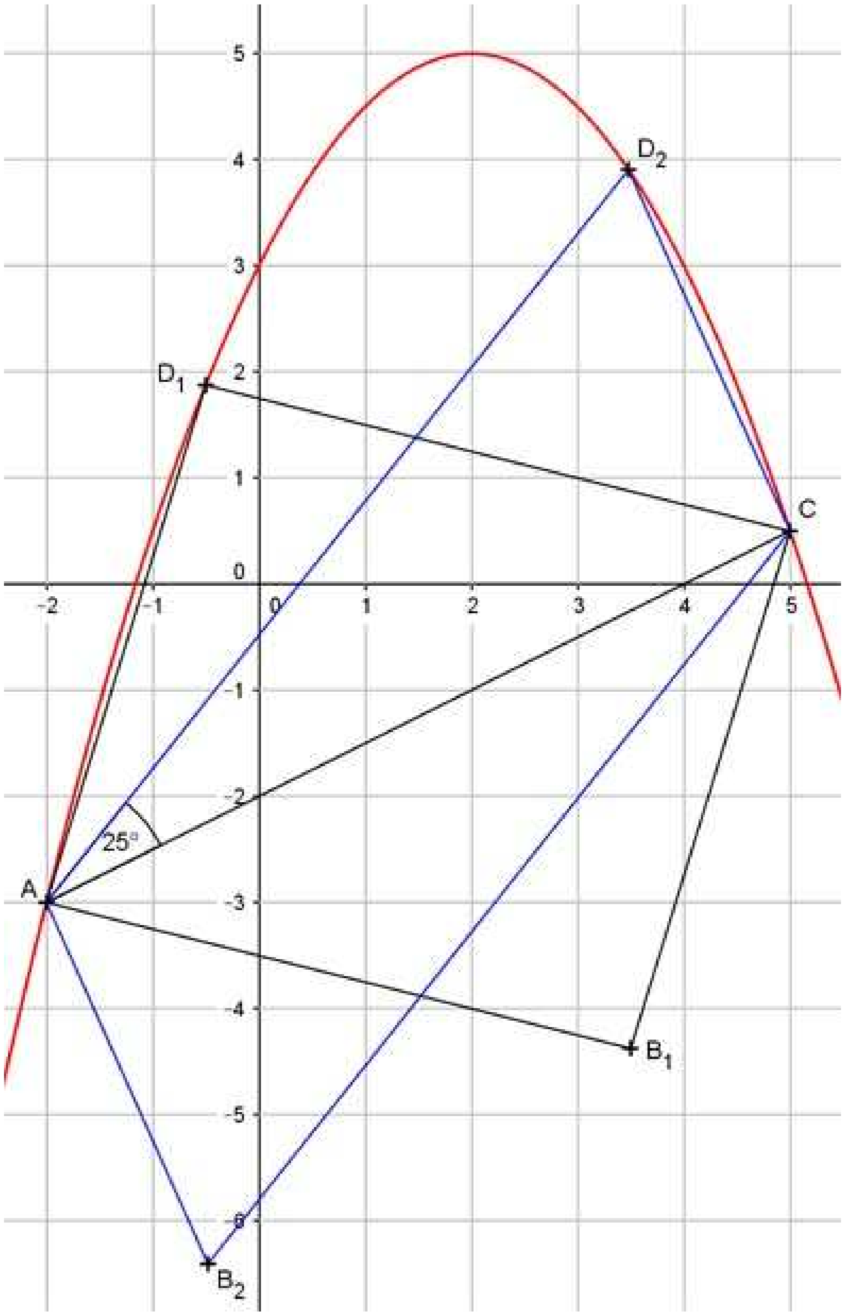
B 1.2 Punkte $D_n(x|-0,5x^2 + 2x + 3)$ auf der Parabel p sind für $x \in]-2; 5[$ zusammen mit den Punkten A und C und Punkten B_n die Eckpunkte von Parallelogrammen AB_nCD_n.
Zeichnen Sie das Parallelogramm AB_1CD_1 für $x = -0,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Parallelogramm AB_1CD_1 ein Rechteck ist. 4 P

B 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte D_n.
[Ergebnis: $A(x) = (-3,5x^2 + 10,5x + 35)$ FE] 3 P

B 1.4 Unter den Parallelogrammen AB_nCD_n besitzt das Parallelogramm AB_0CD_0 den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_0. 2 P

B 1.5 Im Parallelogramm AB_2CD_2 hat der Winkel CAD_2 das Maß 25°.
Zeichnen Sie das Parallelogramm AB_2CD_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes D_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Teilergebnis: $m_{AD_2} = 1,26$] 5 P

1.0 - 1.2, 1.5



1.1

Punktkoordinaten von A und C eingesetzt:

|-3 = a * (-2)² + 2 * (-2) + c |
|0,5 = a * 5² + 2 * 5 + c | *(-1)

|- 3 = 4 * a - 4 + c | (1)
|- 0,5 = -25 * a - 10 - c |

- 3,5 = - 21a - 14 |+14

$10{,}5 = -21a \mid :(-21)$

$a = -0{,}5$

In (1) eingesetzt:

$-3 = -0{,}5 * (-2)^2 + 2 * (-2) + c$

$-3 = -2 - 4 + c \mid +6$

$c = 3$

$y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$

x	-3	-1	1	3	5	7
y	-7,5	0,5	4,5	4,5	0,5	-7,5

1.2

D_1 hat die Koordinaten $(-0{,}5 \mid -0{,}5 * (-0{,}5^2) + 2 * (-0{,}5) + 3 = 1{,}875)$

$D_1(-0{,}5 \mid 1{,}875)$

$$m_{AD1} = \frac{y_{D1} - y_A}{x_{D1} - x_A} = \frac{1{,}875 - (-3)}{-0{,}5 - (-2)} = 3{,}25$$

$$m_{CD1} = \frac{y_{D1} - y_C}{x_{D1} - x_C} = \frac{1{,}875 - 0{,}5}{-0{,}5 - 5} = -0{,}25$$

Das Parallelogramm ist kein Rechteck, denn die Steigung von CD_1

müsste gleich

$-\frac{1}{3{,}25} = -0{,}31$ sein.

1.3

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} x \\ -0{,}5x^2 + 2x + 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2 \\ -0{,}5x^2 + 2x + 6 \end{bmatrix}$$

Berechnung der Fläche mit einer Determinante und den Vektoren $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{AD}$:

$$A_{(x)} = 2 * 0{,}5 * \begin{vmatrix} 7 & x+2 \\ 3{,}5 & -0{,}5x^2+2x+6 \end{vmatrix}$$

$A_{(x)} = 7 * (-0{,}5x^2 + 2x + 6) - 3{,}5 * (x + 2)$

$A_{(x)} = -3{,}5x^2 + 14x + 42 - 3{,}5x - 7$

$A_{(x)} = -3{,}5x^2 + 10{,}5x + 35$ FE

1.4

Berechnung der Scheitelpunktkkordinaten von $A_{(x)}$:

$A_{(x)} = -3{,}5x^2 + 10{,}5x + 35 \mid :(-3{,}5)$

$$\frac{A_{(x)}}{-3{,}5} = x^2 - 3x - 10$$

$$\frac{A_{(x)}}{-3{,}5} = (x - 1{,}5)^2 - 2{,}25 - 10$$

$$\frac{A_{(x)}}{-3{,}5} = (x - 1{,}5)^2 - 12{,}25 \mid *(-3{,}5)$$

$A_{(x)} = -3{,}5(x - 1{,}5)^2 + 42{,}875$

$D_0(1{,}5 \mid -0{,}5 * 1{,}5^2 + 2 * 1{,}5 + 3 = 4{,}875)$

$D_0(1{,}5|4{,}875)$

1.5

AC hat die Steigung

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{0{,}5 - (-3)}{5 - (-2)} = \frac{3{,}5}{7} = 0{,}5 = \tan \alpha \dashrightarrow \alpha = 26{,}56°$$

Die Gerade AD_2 der Form $y = mx + b$ hat die Steigung

$\tan(26{,}56° + 25°) = 1{,}26$

Koordinaten von A und m eingesetzt:

$- 3 = 1,26 * (-2) + b$

$- 3 = - 2,52 + b \mid + 2,52$

$b = - 0,48$

$y = 1,26x - 0,48$

Berechnung der Schnittpunktkoordinaten mit p:

$- 0,5x^2 + 2x + 3 = 1,26x - 0,48 \mid -1,26x$

$- 0,5x^2 + 0,74x + 3 = - 0,48 \mid +0,48$

$- 0,5x^2 + 0,74x + 3,48 = 0 \mid .(-0,5)$

$x^2 - 1,48x - 6,96 = 0$

p, q - Formel:

$p = - 1,48,\ q = - 6,96$

$x_{1,2} = \frac{-(-1,48)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1,48}{2}\right)^2 - (-6,96)}$

$x_{1,2} = 0,74 \pm \sqrt{7,51}$

$x_{1,2} = 0,74 \pm 2,74$

$\mathbf{x_1 = 3,48}$

$x_2 = - 2$ keine Lösung, entspricht der x-Koordinate von A