Prüfungsaufgaben Aufgabe 128

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = -0,3x^2 + 2,1x + 1,2$ und die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 mit der Gleichung $y = -x^2 + 8x - 6$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

C 1.1 Zeigen Sie, dass die Parabel p_1 den Scheitel $S_1(3,5 \mid 4,875)$ hat.
Erstellen Sie sodann für die Parabel p_1 eine Wertetabelle für $x \in [0; 7]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 9$; $-3 \leqq y \leqq 11$. 4 P

C 1.2 Punkte $A_n(x \mid -0,3x^2 + 2,1x + 1,2)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $C_n(x \mid -x^2 + 8x - 6)$ auf der Parabel p_2 sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{B_nD_n} = 2$ LE. Die Punkte A_n und C_n haben dieselbe Abszisse x und es gilt: $y_{A_n} < y_{C_n}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

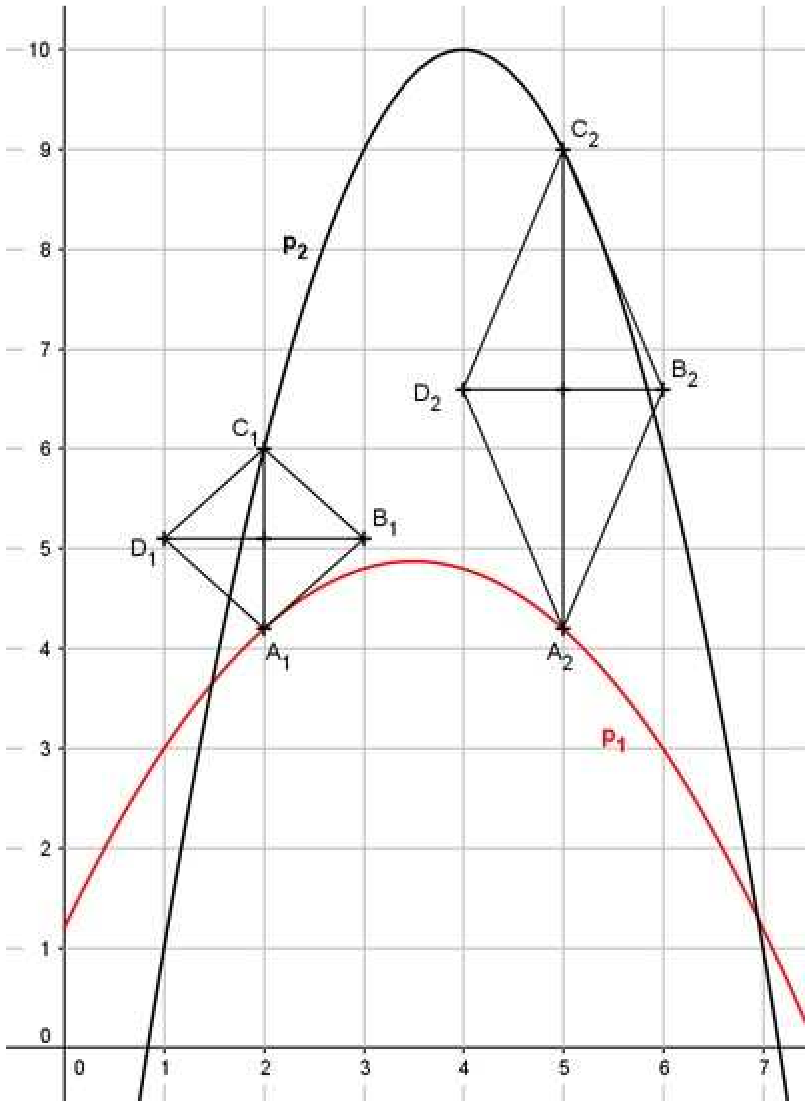
C 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von x es Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

C 1.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade B_2C_2 eine Tangente an die Parabel p_2 ist.
[Teilergebnis: $B_2(6 \mid 6,6)$] 4 P

C 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt:
$\overline{A_nC_n}(x) = (-0,7x^2 + 5,9x - 7,2)$ LE. 1 P

C 1.6 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ hat die Raute $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt. Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x und den Flächeninhalt der Raute $A_0B_0C_0D_0$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

1.0 - 1.2



1.1

Wertetabelle zu p_1 und p_2:

x	0	2	4	6	7
y_1	1,2	4,2	4,8	3	1,2
y_2	-6	6	10	6	1

y = - 0,3x² + 2,1x + 1,2 |:(-0,3)

$$\frac{y}{-0{,}3} = x^2 - 7x - 4$$

$$\frac{y}{-0{,}3} = (x - 3{,}5)^2 - 12{,}25 - 4$$

$$\frac{y}{-0{,}3} = (x - 3{,}5)^2 - 16{,}25 \mid *(-0{,}3)$$

$y = -0{,}3(x - 3{,}5)^2 + 4{,}875$

$S_1(3{,}5|4{,}875)$

1.3

Es gibt Rauten zwischen den beiden Schnittpunkten der Parabeln.

Berechnung der Schnittpunktkoordinaten von p_1 und p_2:

$-0{,}3x^2 + 2{,}1x + 1{,}2 = -x^2 + 8x - 6 \mid +x^2$

$0{,}7x^2 + 2{,}1x + 1{,}2 = 8x - 6 \mid -8x$

$0{,}7x^2 - 5{,}9x + 1{,}2 = -6 \mid +6$

$0{,}7x^2 - 5{,}9x + 7{,}2 = 0$

A,B,C - Formel:

A = 0,7, B = - 5,9, C = 7,2

$$x_{1,2} = \frac{-(-5{,}9) \pm \sqrt{(-5{,}9)^2 - 4*0{,}7*7{,}2}}{2*0{,}7} = \frac{5{,}9 \pm \sqrt{14{,}65}}{1{,}4}$$

$$x_{1,2} = \frac{5{,}9 \pm 3{,}83}{1{,}4}$$

$x_1 = 6{,}95$

$x_2 = 1{,}48$

$1{,}48 < x < 6{,}95$

1.4

A_2 hat die Koordinaten $(5|-0{,}3 * 5^2 + 2{,}1 * 5 + 1{,}2 = 4{,}2)$

$A_2(5|4{,}2)$

C_2 hat die Koordinaten $(5|- 5^2 + 8 * 5 - 6 = 9)$

$C_2(5|9)$

B_2 hat die Koordinaten:

$(x_A + 1 = 5 + 1 = 6|(y_C + y_A)/2 = (9 + 4,2)/2 = 6,6)$

$B_2(6|6,6)$

Steigung der Geraden B_2C_2 der Form $y = mx + b$:

$$m = \frac{y_{C2} - y_{B2}}{x_{C2} - x_{B2}} = \frac{9 - 6,6}{5 - 6} = - 2,4$$

Punktkoordinate von C_2 und m eingesetzt:

$9 = - 2,4 * 5 + b$

$9 = - 12 + b \mid +12$

$b = 21$

$y = - 2,4x + 21$

Schnittpunktkoordinaten mit p_2:

$- 2,4x + 21 = - x^2 + 8x - 6 \mid +x^2$

$x^2 - 2,4x + 21 = 8x - 6 \mid -8x$

$x^2 - 10,4x + 21 = - 6 \mid +6$

$x^2 - 10,4x + 27 = 0$

p, q - Formel:

$p = - 10,4,\ q = 27$

$$x_{1,2} = \frac{-(-10,4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-10,4}{2}\right)^2 - 27}$$

$$x_{1,2} = 5,2 \pm \sqrt{0,04}$$

Der Ausdruck unter der Wurzel müsste für einen Berührpunkt = 0 sein -->
keine Tangente an p_2

1.5

$AC = y_C - y_A = - x^2 + 8x - 6 - (- 0,3x^2 + 2,1x + 1,2)$

$AC_{(x)} = - 0,7x^2 + 5,9x - 7,2$ LE

1.6

$A = 0,5 * AC * BD$

$A = 0,5 * (- 0,7x^2 + 5,9x - 7,2) * 2$ FE

$A = - 0,7x^2 + 5,9x - 7,2$

Berechnung der Scheitelpunktkoordinaten:

$A = - 0,7x^2 + 5,9x - 7,2 \mid :(-0,7)$

$$\frac{A}{-0,7} = x^2 - 8,43x + 10,29$$

$$\frac{A}{-0,7} = (x - 4,22)^2 - 17,81 + 10,29$$

$$\frac{A}{-0,7} = (x - 4,22)^2 - 7,52 \mid *(-0,7)$$

$A = - 0,7(x - 4,22)^2 + 5,26$

Für x = 4,22 LE hat die Raute den maximalen Flächeninhalt A von 5,26 FE.