Prüfungsaufgaben Aufgabe 13

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = 0,2x^2 - 2,4x + 9,2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0,25x + 6,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [0; 13]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 14$; $-1 \leqq y \leqq 12$

B 1.2 Die Punkte $A_n(x \mid 0,2x^2 - 2,4x + 9,2)$ auf der Parabel p und die Punkte $D_n(x \mid 0,25x + 6,5)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x. Die Punkte B_n, deren Abszisse stets um 2 größer ist als die Abszisse x der Punkte A_n, liegen ebenfalls auf der Parabel p. Die Punkte A_n, B_n und D_n sind zusammen mit Punkten C_n für $x \in]1,11; 12,14[$, $x \in \mathbb{R}$ die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 3,5$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 8$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

B 1.3 Berechnen Sie das Maß α des Winkels $B_1A_1D_1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $B_n(x + 2 \mid 0,2x^2 - 1,6x + 5,2)$.

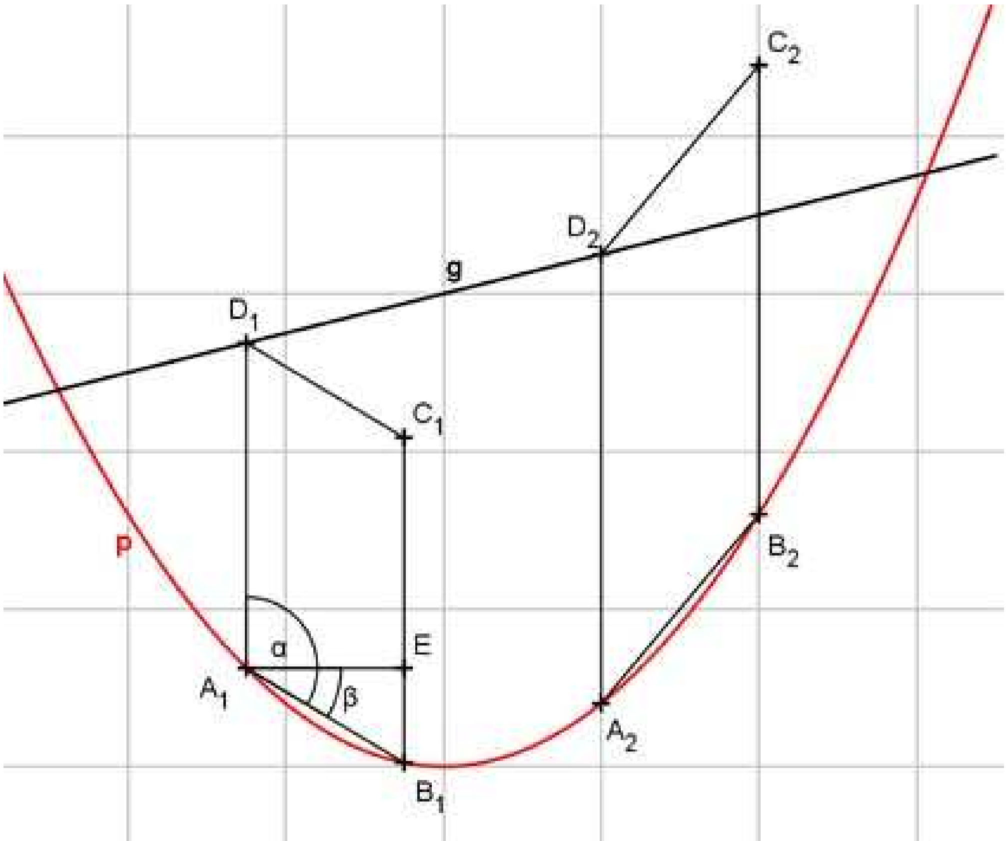
B 1.5 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
Berechnen Sie sodann die x-Werte, für die man Parallelogramme erhält, deren Flächeninhalt $\frac{3}{7}$ vom größtmöglichen Flächeninhalt ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $A(x) = (-0,4x^2 + 5,3x - 5,4)$ FE]

B 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es ein Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$, dessen Seite $[A_3B_3]$ parallel zur Geraden g ist. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1.0, 1.1, 1.2

Wertetabelle für p:

x	0	2	4	6	8	10	12	13
y	0,2	5,25	2,8	2	2,8	5,2	9,2	11,8



1.3

A_1 hat die Koordinaten:

x = 3,5

$y = 0,2 * 3,5^2 - 2,4 * 3,5 + 9,2 = 3,25$

B_1 hat die Koordinaten:

x = 5,5

$y = 0,2 * 5,5^2 - 2,4 * 5,5 + 9,2 = 2,05$

Im Dreieck A_1B_1E gilt:

$$\tan \beta = \frac{y_A - y_B}{x_B - x_A} = \frac{3,25 - 2,05}{2} = 0,6 \dashrightarrow \beta = 30,96°$$

α = 90° + 30,96° = **120,96°**

1.4

$x_B = x + 2$

$y_B = 0,2(x + 2)^2 - 2,4 * (x + 2) + 9,2$

$y_B = 0,2(x^2 + 4x + 4) - 2,4x - 4,8 + 9,2$

$y_B = 0,2x^2 + 0,8x + 0,8 - 2,4x - 4,8 + 9,2$

$\mathbf{y_B = 0,2x^2 - 1,6x + 5,2}$

1.5

$A_{(x)} = (y_{(D)} - y_{(A)}) * 2$

$A_{(x)} = (0,25x + 6,5 - (0,2x^2 - 2,4x + 9,2) * 2$

$A_{(x)} = (0,25x + 6,5 - 0,2x^2 + 2,4x - 9,2) * 2$

$A_{(x)} = (- 0,2x^2 + 2,65x - 2,7) * 2$

$\mathbf{A_{(x)} = - 0,4x^2 + 5,3x - 5,4}$ **FE**

Größtmöglicher Flächeninhalt = y-Koordinate des Scheitelpunktes:

$A_{(x)} = - 0,4x^2 + 5,3x - 5,4 \mid :(-0,4)$

$$\frac{A_{(x)}}{- 0,4} = x^2 - 13,25x + 13,5$$

$$\frac{A_{(x)}}{- 0,4} = (x - 6,63)^2 - 43,96 + 13,5$$

$$\frac{A_{(x)}}{- 0,4} = (x - 6,63)^2 - 30,46 \mid * (-0,4)$$

$A_{(x)} = (x - 6,63)^2 + 12,18$

$A_{max} = 12,18$ FE

$$\frac{3}{7} * 12,18 = - 0,4x^2 + 5,3x - 5,4$$

$5,22 = - 0,4x^2 + 5,3x - 5,4 \mid -5,22$

$0 = - 0,4x^2 + 5,3x - 10,62 \mid :(-0,4)$

$x^2 - 13{,}25x + 26{,}55 = 0$

p, q - Formel:

$p = - 13{,}25,\ q = 26{,}55$

$x_{1,2} = \frac{-(-13{,}25)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-13{,}25}{2}\right)^2 - 26{,}55)}$

$x_{1,2} = 6{,}63 \pm \sqrt{17{,}41}$

$x_{1,2} = 6{,}63 \pm 4{,}17$

$x_1 = 2{,}46$

$x_2 = 10{,}8$

1.6

Die Differenz der y-Werte von D auf g und A auf p muss gleich sein der Differenz von C auf g und B auf p 2 LE weiter.

$0{,}25x+6{,}5 -(0{,}2x^2-2{,}4x+9{,}2) = 0{,}25(x + 2) + 6{,}5 - [0{,}2(x+ 2)^2 - 2{,}4(x + 2) + 9{,}2]$

$- 0{,}2x^2 + 2{,}65x - 2{,}7 = 0{,}25x + 7 - 0{,}2(x^2 + 4x + 4) + 2{,}4x + 4{,}8 - 9{,}2$

$0{,}2x^2 + 2{,}65x - 2{,}7 = 0{,}25x - 0{,}2x^2 - 0{,}8x - 0{,}8 + 2{,}4x + 2{,}6 \mid -0{,}2x^2$

$2{,}65x - 2{,}7 = 1{,}85x + 1{,}8 \mid - 1{,}85x$

$0{,}8x - 2{,}7 = 1{,}8 \mid + 2{,}7$

$0{,}8x = 4{,}5 \mid :0{,}8$

$x = 5{,}63$