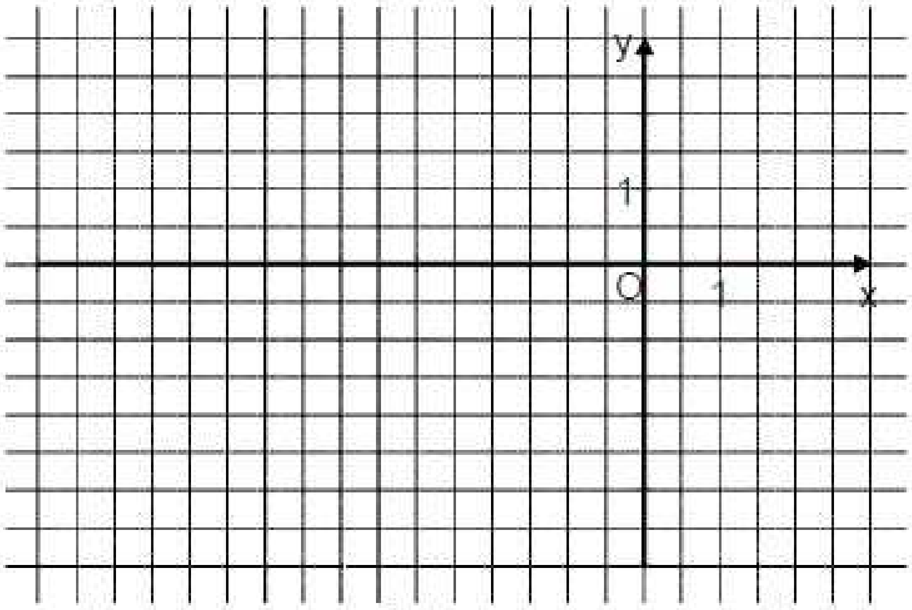
Prüfungsaufgaben Aufgabe 133a

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos\varphi - 2 \\ 0{,}5 \cdot \sin\varphi \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OR_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 3 \cdot \cos\varphi \\ -3 \cdot \sin\varphi \end{pmatrix}$ mit $O(0|0)$ spannen für $\varphi \in]37°;180°[$ Parallelogramme $OP_nQ_nR_n$ auf.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{OP_1}$ und $\overrightarrow{OR_1}$ für $\varphi = 65°$ sowie $\overrightarrow{OP_2}$ und $\overrightarrow{OR_2}$ für $\varphi = 150°$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. Zeichnen Sie sodann die Parallelogramme $OP_1Q_1R_1$ und $OP_2Q_2R_2$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[OP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

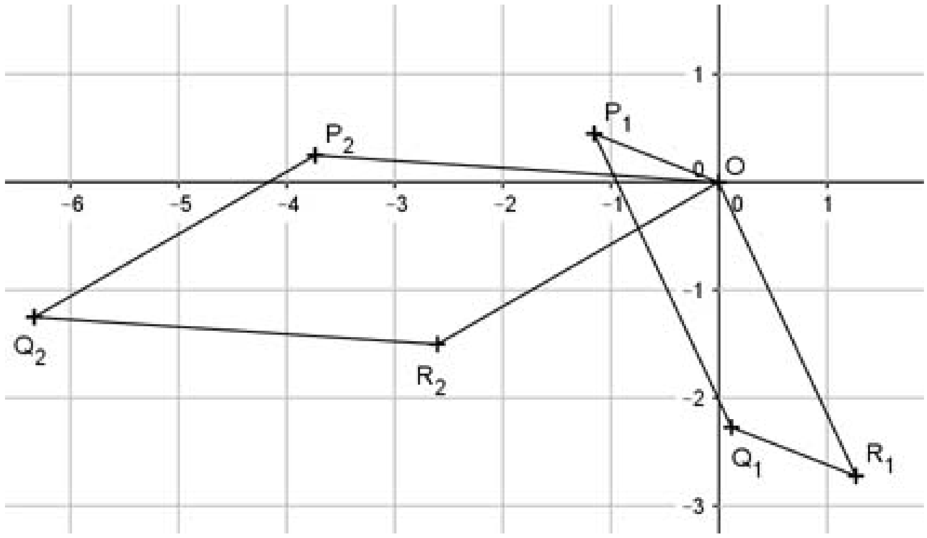
$\overline{OP_n}(\varphi) = \sqrt{3{,}75 \cdot \cos^2\varphi - 8 \cdot \cos\varphi + 4{,}25}$ LE . 2 P

A 2.3 Begründen Sie, dass die Punkte R_n auf einer Kreislinie um den Mittelpunkt O mit dem Radius $r = 3$ LE liegen. 2 P

A 2.4 Das Parallelogramm $OP_3Q_3R_3$ ist eine Raute. Diese wird durch die Pfeile $\overrightarrow{OP_3}$ und $\overrightarrow{OR_3}$ aufgespannt.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

2.1

65°	150°
$\overrightarrow{OP_1}\begin{bmatrix}-1{,}15\\0{,}45\end{bmatrix}$	$\overrightarrow{OP_2}\begin{bmatrix}-3{,}73\\0{,}25\end{bmatrix}$
$\overrightarrow{OR_1}\begin{bmatrix}1{,}27\\-2{,}72\end{bmatrix}$	$\overrightarrow{OR_2}\begin{bmatrix}-2{,}6\\-1{,}5\end{bmatrix}$



2.2

$OP(\varphi)^2 = (2 * \cos \varphi - 2)^2 + (0,5 * \sin \varphi)^2$

$OP(\varphi)^2 = 4 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos \varphi + 4 + 0,25 * \sin^2 \varphi$

$OP(\varphi)^2 = 4 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos \varphi + 4 + 0,25 * (1 - \cos^2 \varphi)$

$OP(\varphi)^2 = 4 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos \varphi + 4 + 0,25 - 0,25 * \cos^2 \varphi)$

$OP(\varphi)^2 = 3,75 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos \varphi + 4,25$

$OP(\varphi) = \sqrt{3,75 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos \varphi + 4,25}$ LE

2.3

$OR^2 = (3 * \cos \varphi)^2 + (- 3 * \sin \varphi)^2$

$OR^2 = 9 * \cos^2 \varphi + 9 * \sin^2 \varphi$

$OR^2 = 9 * \cos^2 \varphi + 9 * \sin^2 \varphi$

$OR^2 = 9 * \cos^2 \varphi + 9 * (1 - \cos^2 \varphi)$

$OR^2 = 9 \;|\sqrt{}$

OR = 3 LE --> OR ist unabhängig von φ

2.4

Für eine Raute gilt OP = OR:

$3 = \sqrt{3{,}75 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos \varphi + 4{,}25} \quad |^2$

$9 = 3{,}75 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos + 4{,}25 \quad | -9$

$3{,}75 * \cos^2 \varphi - 8 * \cos - 4{,}75 = 0$

A,B,C - Formel:

A = 3,75, B = - 8, C = - 4,75

$$\cos \varphi_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2-(4*3{,}75*(-4{,}75))}}{2 * 3{,}75} = \frac{8 \pm \sqrt{135{,}25}}{7{,}5}$$

$$\cos \varphi_{1,2} = \frac{8 \pm 11{,}63}{7{,}5}$$

$\cos \varphi_1 = 2{,}62$ keine Lösung > 1

$\cos \varphi_2 = -0{,}484$ --> **$\varphi_2 = 118{,}95°$** (oder 360° - 118,95° = 241,05°)