

Prüfungsaufgaben Aufgabe 136b

Mathematik I

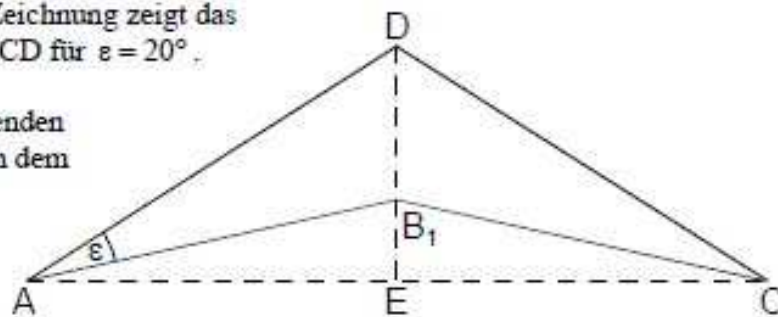
Nachtermin

Aufgabe A 3

- A 3.0 Gegeben sind konkave Drachenvierecke AB_nCD mit $\sphericalangle CB_nA > 180^\circ$ sowie den Seitenlängen $\overline{AD} = 6 \text{ cm}$ und $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$. Es gilt: $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$. Die Winkel B_nAD besitzen das Maß ε mit $\varepsilon \in]0^\circ; 33,56^\circ[$. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$.

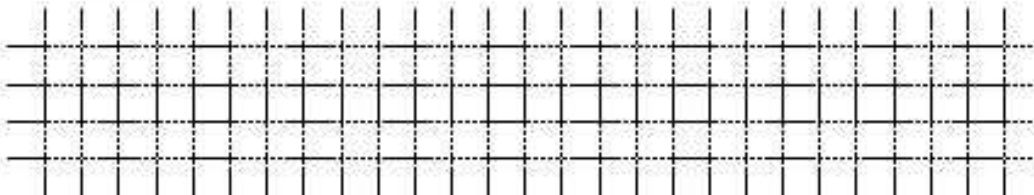
Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck AB_1CD für $\varepsilon = 20^\circ$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



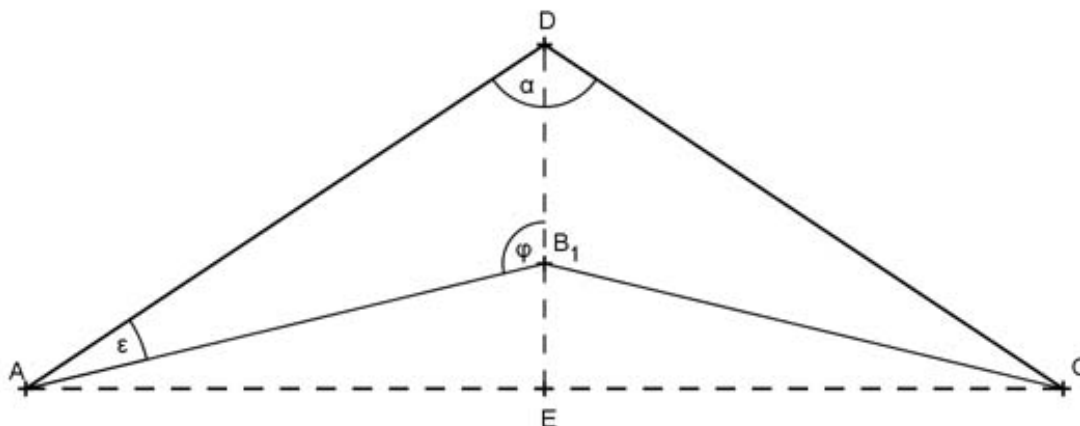
- A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass $33,56^\circ$ die obere Intervallgrenze für das Maß ε der Winkel B_nAD ist.

1 P



- A 3.2 Stellen Sie die Länge der Diagonalen $[B_nD]$ der Drachenvierecke AB_nCD in Abhängigkeit von ε dar. Berechnen Sie sodann, für welches Winkelmaß ε sich das Drachenviereck AB_2CD mit $\overline{B_2D} = 3 \text{ cm}$ ergibt.

4 P



3.1

Die untere Intervallgrenze für ε entsteht dann, wenn B mit E zusammenfällt.

Satz von Pythagoras im Dreieck AED:

$$AE = AC/2 = 10 \text{ cm}/2 = 5 \text{ cm}$$

$$AD^2 = AE^2 + DE^2 \quad | -AE^2$$

$$DE^2 = 6^2 \text{ cm}^2 - 5^2 \text{ cm}^2 = 11 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$DE = 3,32 \text{ cm}$$

$$\sin \varepsilon = \frac{ED}{AD} = \frac{3,32 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = 0,5533 \rightarrow \varepsilon = 33,59^\circ$$

$$0 < \varepsilon < 33,59^\circ$$

3.2

Kosinussatz im Dreieck ACD:

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2 * AD * CD * \cos \alpha \quad \text{cm}^2$$

$$10^2 = 6^2 + 6^2 - 2 * 6 * 6 * \cos \alpha$$

$$100 = 72 - 72 * \cos \alpha \quad \text{cm}^2 \quad | -72$$

$$28 = 72 * \cos \alpha \quad | :72$$

$$\cos \alpha = 0,3889 \rightarrow \alpha = 67,11^\circ \text{ oder } 180^\circ - 67,11^\circ = 112,89^\circ$$

Sinussatz in einem beliebigen Dreieck ABD:

$$\varphi = 180^\circ - (\varepsilon + \alpha/2)$$

$$\sin \varphi = \sin (\varepsilon + 56,45^\circ)$$

$$\frac{DB_{(\varepsilon)}}{\sin \varepsilon} = \frac{AD}{\sin \alpha/2} \quad | * \sin \varepsilon$$

$$DB_{(\varepsilon)} = \frac{AD * \sin \varepsilon}{\sin (\varepsilon + 56,45^\circ)} = \frac{6 \text{ cm} * \sin \varepsilon}{\sin (\varepsilon + 56,45^\circ)}$$

$$3 = \frac{6 \text{ cm} * \sin \varepsilon}{\sin (\varepsilon + 56,45^\circ)} \quad | * \sin (\varepsilon + 56,45^\circ)$$

$$3 * \sin (\varepsilon + 56,45^\circ) = 6 * \sin \varepsilon \quad | :3$$

$$\sin (\varepsilon + 56,45^\circ) = 2 * \sin \varepsilon$$

$$\sin \varepsilon * \cos 56,45^\circ + \cos \varepsilon * \sin 56,45^\circ = 2 * \sin \varepsilon \quad | : \cos \varepsilon$$

$$0,5527 * \tan \varepsilon + 0,8334 = 2 * \tan \varepsilon \quad | - 0,5527 * \tan \varepsilon$$

$$0,8334 = 1,45 * \tan \varepsilon \quad | :1,45$$

$$\tan \varepsilon = 0,5748 \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \mathbf{29,89^\circ}$$