Prüfungsaufgaben Aufgabe 138

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung** an den Realschulen in Bayern	**2009**

Mathematik I | **Nachtermin** | **Aufgabe B 2**

B 2.0 Punkte $M_n(x\,|\,0,75x-3)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0,75x - 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ und Punkte C_n liegen auf der Geraden h mit der Gleichung $y = 1,5x + 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist stets um eins kleiner als die Abszisse x der Punkte M_n. Die Strecken $[M_nC_n]$ sind Höhen von gleichseitigen Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 4$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 9$; $-6 \leqq y \leqq 8$. 3 P

B 2.2 Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.
[Ergebnis: $C_n(x-1\,|\,1,5x+0,5)$] 1 P

B 2.3 Für die Länge der Höhe $[M_3C_3]$ des Dreiecks $A_3B_3C_3$ und die Länge der Höhe $[M_4C_4]$ des Dreiecks $A_4B_4C_4$ gilt:
$\overline{M_3C_3} = \overline{M_4C_4} = 4\text{ LE}$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte M_3 und M_4. 3 P

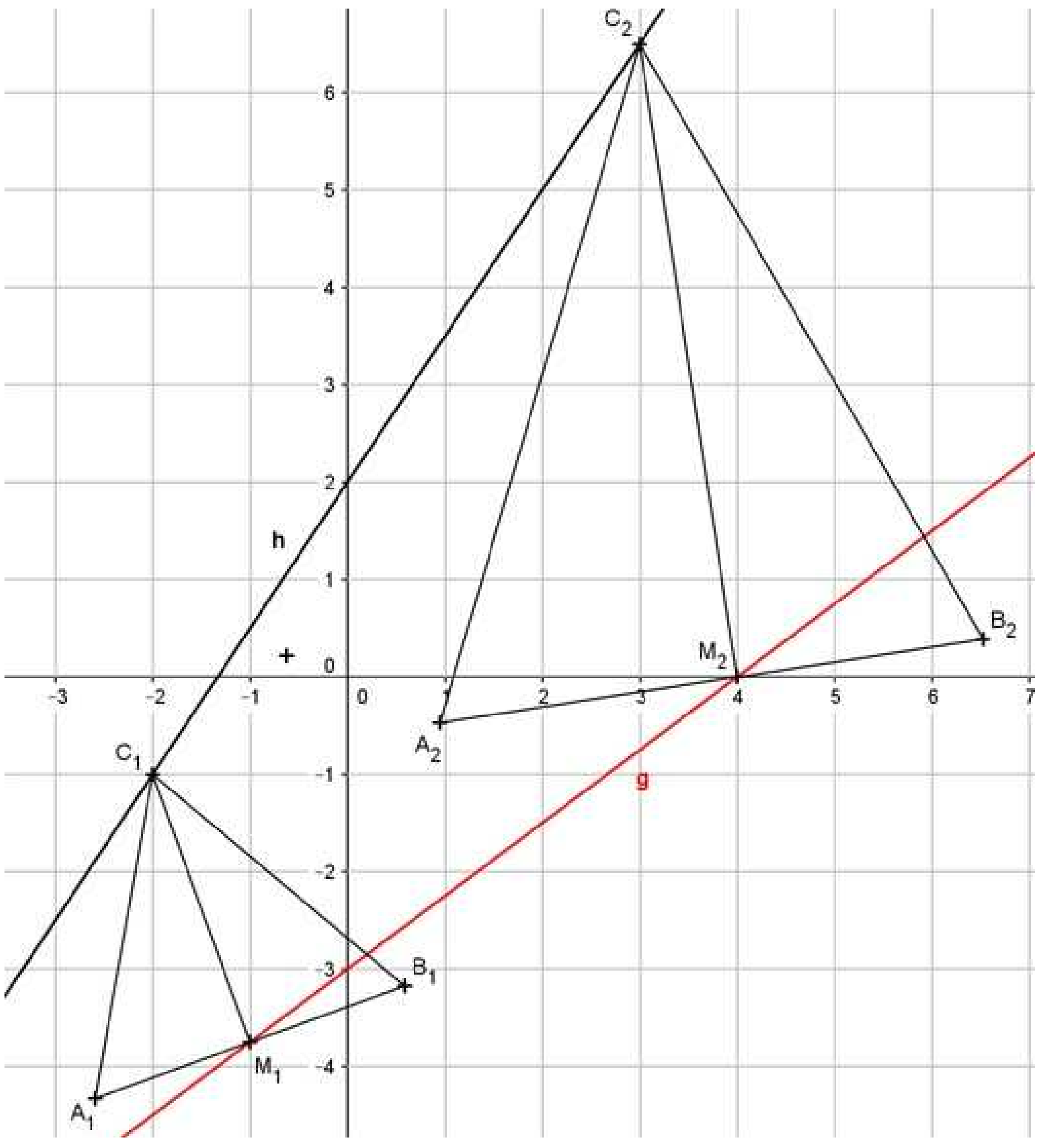
B 2.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.
[Ergebnis: $A_n(0,57x-2,02\,|\,0,75x-3,58)$] 5 P

B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte A_n. 2 P

B 2.6 Die Höhe $[M_5C_5]$ des Dreiecks $A_5B_5C_5$ steht senkrecht auf der Geraden h.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes M_5. 2 P

B 2.7 Für das Dreieck $A_6B_6C_6$ gilt: $M_6\left(-4\frac{2}{3}\,\middle|\,-6\frac{1}{2}\right)$.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Höhe $[M_6C_6]$ des Dreiecks $A_6B_6C_6$ parallel zur x-Achse verläuft. 1 P

2.0, 2.1



2.2

$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} x-1 \\ 1,5*(x-1)+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x-1} \\ \mathbf{1,5x + 0,5} \end{bmatrix}$

2.3

$\overrightarrow{MC_{(x)}} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OM} = \begin{bmatrix} x-1 \\ 1,5x+0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ 0,75x-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0,75x+3,5 \end{bmatrix}$

$MC_{(x)}^2 = x^2 + y^2 = (-1)^2 + (0,75x + 3,5)^2$

$MC_{(x)}^2 = 1 + 0,56x^2 + 5,25x + 12,25$

$MC_{(x)}^2 = 0{,}56x^2 + 5{,}25x + 13{,}25 \;|\surd$

$MC_{(x)} = \sqrt{0{,}56x^2 + 5{,}25x + 13{,}25}$

$4 = \sqrt{0{,}56x^2 + 5{,}25x + 13{,}25} \;|^2$

$16 = 0{,}56x^2 + 5{,}25x + 13{,}25 \;|-16$

$0{,}56x^2 + 5{,}25x - 2{,}75 = 0 \;|0{,}56$

$x^2 + 9{,}38x - 4{,}91 = 0$

p, q - Formel:

$p = 9{,}38,\; q = -4{,}91$

$x_{1,2} = \frac{9{,}38}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9{,}38}{2}\right)^2 - (-4{,}91)}$

$x_{1,2} = -4{,}69 \pm \sqrt{26{,}91}$

$x_{1,2} = -4{,}69 \pm 5{,}19$

$\mathbf{x_1 = -9{,}88}$

$\mathbf{x_2 = 0{,}5}$

2.4

Im gleichseitigen Dreieck ABC gilt:

MB = 2 * MA

$MC = \frac{MB}{2} * \surd 3 = \frac{2 * MA}{2} * \surd 3 \;|\; :\surd 3$

$MA = \frac{MC}{\surd 3}$

MA entsteht durch Drehung von MC um 90° gegen den Uhrzeigersinn und Division durch √3.

$MA = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 \\ 0{,}75x+3{,}5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} * \begin{bmatrix} -0{,}75x-3{,}5 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} = \begin{bmatrix} x \\ 0{,}75x-3 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -0{,}75x-3{,}5 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0{,}57x-2{,}02} \\ \mathbf{0{,}75x-3{,}58} \end{bmatrix}$$

2.5

Die x'-Koordinate von t entspricht der x-Koordinate von A.

x' = 0,57x - 2,02 | +2,02

x' + 2,02 = 0,57x | :0,57

$$x = \frac{x' + 2{,}02}{0{,}57}$$

In die y'-Koordinate von t eingesetzt:

$$y' = 0{,}75 * \frac{x' + 2{,}02}{0{,}57} - 3{,}58$$

y' = 1,32x' - 0,92

2.6

h hat den Steigungsvektor $\begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$.

Es gilt MC * $\begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$ = 0

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0{,}75x+3{,}5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} = 0$$

-1 + 1,5 * (0,75x + 3,5) = 0

- 1 + 1,125x + 5,25 = 0

1,125x + 4,25 = 0 |- 4,25

1,125x = - 4,25 |:1,125

x = - 3,78

M(- 3,78|0,75 * (-3,78) - 3 = - 5,84)

M(- 3,78|- 5,84)

2.7

Soll M_6C_6 parallel zur x-Achse verlaufen, dann müssen M_6 und C_6 die gleiche y-Koordinate haben.

$$C_6(-4\frac{2}{3} - 1 | 1{,}5 * ((-4\frac{2}{3} - 1) + 2)$$

$$C_6(-5\frac{2}{3} | 1{,}5 * -5\frac{2}{3} + 2)$$

$$C_6(-5\frac{2}{3} | 1{,}5 * -\frac{17}{3} + 2)$$

$$C_6(-5\frac{2}{3} | -\frac{17}{2} + \frac{4}{2})$$

$$C_6(-5\frac{2}{3} | -\frac{13}{2})$$

$C_6(-5\frac{2}{3} | -6\frac{1}{2})$ --> **gleiche y-Koordinate wie M6**