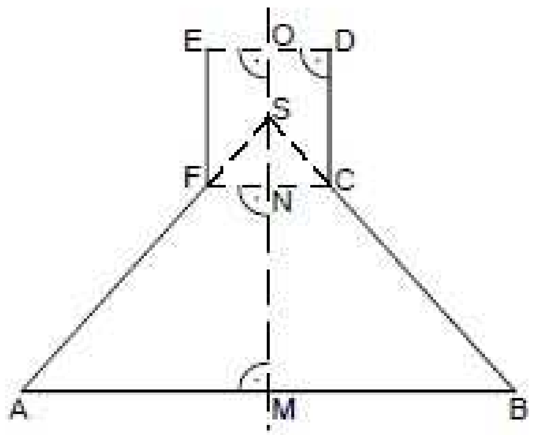
Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines oben offenen Gefäßes.
OM ist die Symmetrieachse.
Es gilt: $\overline{OM} = 10,0$ cm ; $\overline{ON} = 4,0$ cm ;
$\overline{FN} = 1,8$ cm ; $\sphericalangle MAF = 48°$.



Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie den Durchmesser des Gefäßbodens.
[Teilergebnisse: $\overline{SN} = 2,0$ cm ; $\overline{AM} = 7,2$ cm] 3 P

A 2.2 Das waagrecht stehende Gefäß ist bis zu einer Höhe von 6 cm mit Wasser gefüllt.
Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen des Wassers im Gefäß. 2 P

A 2.3 In das mit Wasser gefüllte Gefäß aus 2.2 wird eine massive Eisenkugel mit dem Radius $r = 1{,}7$ cm hineingelegt.
Berechnen Sie die Zunahme h der Höhe des Wasserstandes. 2 P

A 2.4 In das leere Gefäß aus 2.0 fließt gleichmäßig Wasser.
Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes mit der Zeit ändert. Begründen Sie Ihre Wahl. 2 P

Diagramm A

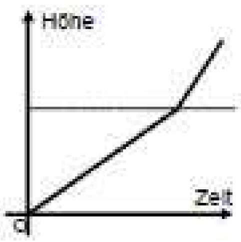


Diagramm B

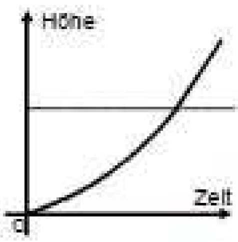
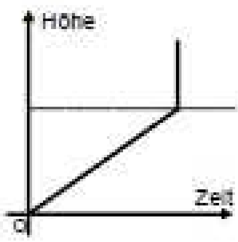
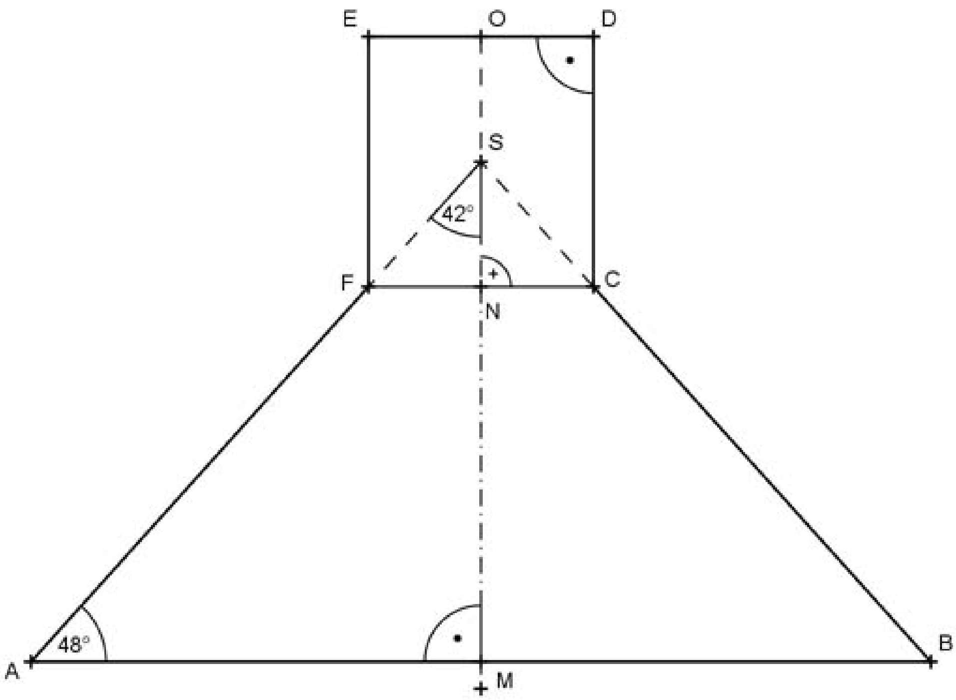


Diagramm C





2.1

Im Dreieck FNS gilt:

$$\tan 42° = \frac{FN}{SN} \quad | \ *SN$$

$$SN * \tan 42° = FN \quad | \ :\tan 42°$$

$$SN = \frac{FN}{\tan 42°} = \frac{1{,}8 \text{ cm}}{\tan 42°} = 2 \text{ cm}$$

Im Dreieck AMS gilt:

$$MS = MO - MN + NS = 10 \text{ cm} - 4 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$\tan 48° = \frac{MS}{AM} \quad | \ *AM$$

$$AM * \tan 48° = MS \quad | \ :\tan 48°$$

$$AM = \frac{MS}{\tan 48°} = \frac{8 \text{ cm}}{\tan 48°} = 7{,}2 \text{ cm} \text{ -->} \ \mathbf{AB =} \ 2 * AM = \mathbf{14{,}4 \text{ cm}}$$

2.2

$$V = \frac{\pi \cdot AM^2 \cdot MS}{3} - \frac{\pi \cdot FN^2 \cdot NS}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 7{,}2^2\ cm^2 \cdot 8\ cm}{3} - \frac{\pi \cdot 1{,}8^2\ cm^2 \cdot 2\ cm}{3}$$

$V = 427{,}3\ cm^3$

2.3

$d = 2 \cdot r = 2 \cdot 1{,}7\ cm = 3{,}4\ cm$

$$V_{Kugel} = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = \frac{3{,}4^3\ cm^3 \cdot \pi}{6} = 20{,}57\ cm^3$$

$20{,}57\ cm^3 = \pi \cdot FN^2 \cdot h \mid :\pi \cdot FN^2$

$$\mathbf{h} = \frac{20{,}57\ cm^3}{\pi \cdot 1{,}8^2\ cm^2} = \mathbf{2\ cm}$$

2.4

Der Wasserstand steigt mit zunehmender Höhe in dem kegeligen Gefäß immer schneller, in dem zylindrischen Teil ist die Zunahme gleichbleibend. -->
Diagramm B ist richtig