Prüfungsaufgaben Aufgabe 140

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung** an den Realschulen in Bayern	**2009**

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = x^2 - 8x + 14$ hat den Scheitel $S_1(4|-2)$. Die Parabel p_2 besitzt den Scheitel $S_2(6|7)$ und verläuft durch den Punkt $P(9|4,75)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

B 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p_2 in der Scheitelform und bringen Sie die Gleichung in die Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. Erstellen Sie sodann für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0;10]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 11$; $-3 \leqq y \leqq 8$.
[Ergebnis: p_2: $y = -0,25x^2 + 3x - 2$] 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|x^2 - 8x + 14)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $B_n(x|-0,25x^2 + 3x - 2)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit der Basis $[A_nB_n]$, wobei gilt: $y_{A_n} < y_{B_n}$. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 4 kleiner als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 3$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 6,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von x es Dreiecke $A_nB_nC_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 1.4 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ besitzt das Dreieck $A_0B_0C_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_0B_0C_0$ und geben Sie die Koordinaten des Punktes C_0 an.
[Teilergebnis: $\overline{A_nB_n}(x) = (-1,25x^2 + 11x - 16)$ LE] 5 P

B 1.5 Für $x = 4$ ergibt sich das Dreieck $A_3B_3C_3$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_3B_3C_3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und begründen Sie, dass das Dreieck $A_3B_3C_3$ rechtwinklig ist. 3 P

1.0 - 1.2, 1.5

1.1

Scheitelpunktkoordinaten von p_2 und Punktkordinaten von P in die Scheitelpunktform eingesetzt:

$4{,}75 = a * (9 - 6)^2 + 7$

$4{,}75 = 9a + 7 \mid -7$

$- 2{,}25 = 9a \mid :9$

$a = - 0{,}25$

$y = - 0{,}25 * (x - 6)^2 + 7$

$y = - 0{,}25 * (x^2 - 12x + 36) + 7$

$y = - 0{,}25x^2 + 3x - 9 + 7$

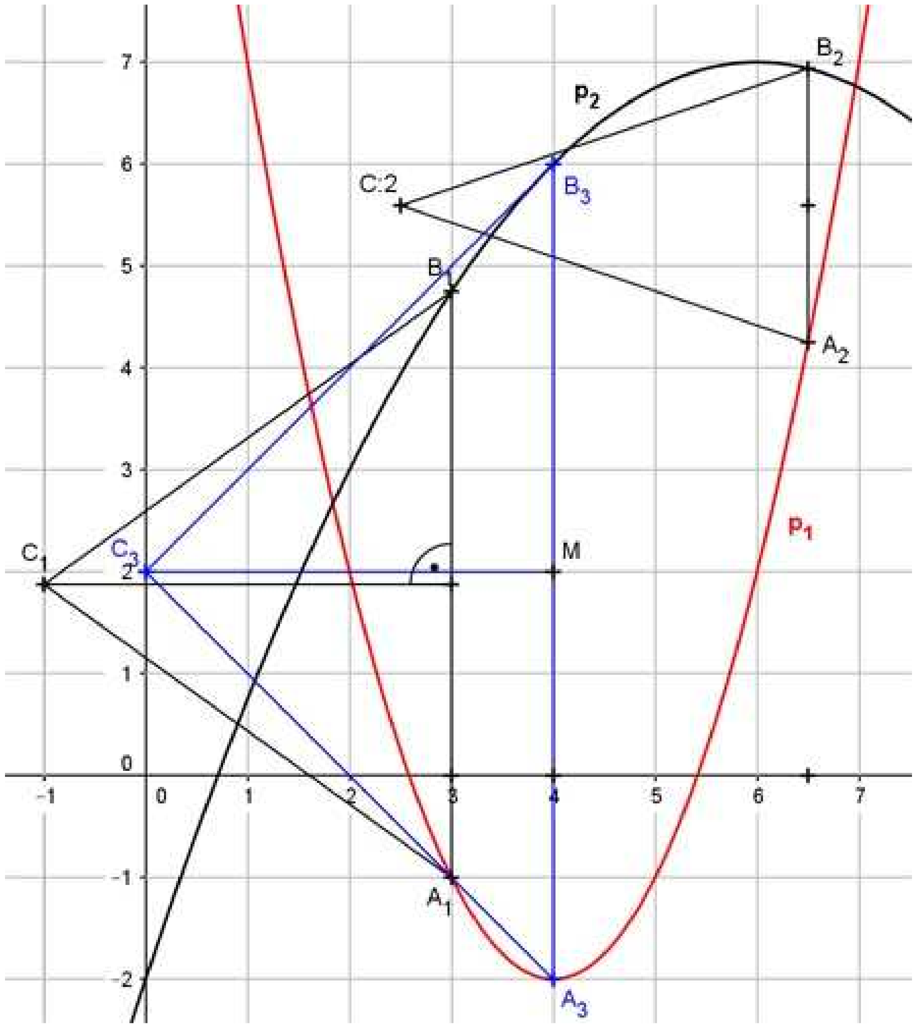
$\mathbf{y = - 0{,}25x^2 + 3x - 2}$

Scheitelpunktform:

$\mathbf{y = - 0{,}25(x - 6)^2 + 7}$

Wertetabellen für p_1 und p_2:

x	-2	0	2	4	6	8	10
y_1	34	14	2	-2	2	14	34
y_2	-9	-2	3	6	7	6	3



1.3

Der Bereich für x liegt zwischen den beiden Schnittpunkten von p_1 und p_2.

$x^2 - 8x + 14 = -0{,}25x^2 + 3x - 2 \mid +0{,}25x^2$

$1{,}25x^2 - 8x + 14 = 3x - 2 \mid -3x$

$1{,}25x^2 - 11x + 14 = -2 \mid +2$

$1{,}25x^2 - 11x + 16 = 0$

A,B,C - Formel:

A = 1,25, B = - 11, C = 16

$$x_{1,2} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4*1{,}25*16)}}{2 * 1{,}25} = \frac{11 \pm \sqrt{41}}{2{,}5}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 6,4}{2,5}$$

$x_1 = 6,96$

$x_2 = 1,84$

$1,84 < x < 6,96$

1.4

$$A_{(x)} = \frac{AB_{(x)} * AC}{2}$$

$AB_{(x)} = y_B - y_A = - 0,25x^2 + 3x - 2 - (x^2 - 8x + 14)$

$AB_{(x)} = - 0,25x^2 + 3x - 2 - x^2 + 8x - 14$

$AB_{(x)} = - 1,25x^2 + 11x - 16 \text{ LE}$

$$A_{(x)} = \frac{(- 1,25x^2 + 11x - 16) * 4}{2} = - 2,5x^2 + 22x - 32 \text{ FE}$$

Berechnung der Scheitelpunktkoordinaten:

$A_{(x)} = - 2,5x^2 + 22x - 32 \mid :(-2,5)$

$$\frac{A_{(x)}}{-2,5} = x^2 - 8,8x + 12,8$$

$$\frac{A_{(x)}}{-2,5} = (x - 4,4)^2 - 19,36 + 12,8$$

$$\frac{A_{(x)}}{-2,5} = (x - 4,4)^2 - 6,56 \mid *(-2,5)$$

$A_{(x)} = (x - 4,4)^2 + 16,4$

Der **maximale Flächeninhalt von 16,4 FE** entsteht für $x = 4,4$.

$y_{A(4,4)} = 4,4^2 - 8 * 4,4 + 14 = - 1,84$

$y_{B(4,4)}$ = - 0,25 * (4,4)² + 3 * 4,4 - 2 = 6,36

y_{C0} = y_A + (y_B - y_A)/2 = (y_B + y_A)/2 = (6,36 - 1,84)/2 = 2,26

C_0(4,4 - 4|2,26)

C_0(0,4|2,26)

1.5

Aus der Wertetabelle:

$y_{1(4)}$ = - 2

$y_{2(4)}$ = 6

B_3A_3 = y_{B3} - y_{A3} = 6 - (-2) = 8

C_3 hat die gleiche y-Koordinate 8/2 = 4 wie M und liegt auf dem Kreis um M mit dem Radius 4. Weil MC_3 = 4 LE liegt C_3 auf dem Thaleskreis um M und deswegen ist das Dreieck $A_3B_3C_3$ rechtwinklig.