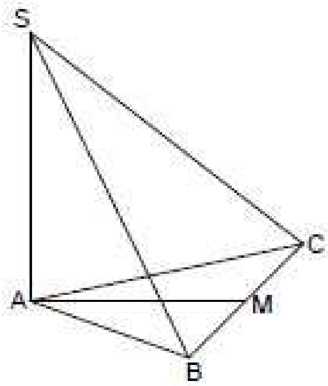
| Prüfungsdauer: 150 Minuten | **Abschlussprüfung** an den Realschulen in Bayern | **2009** |
|---|---|---|

**Mathematik II** | **Nachtermin** | **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke [BC].
Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AB} = 10$ cm; $\overline{AS} = 10$ cm; $\overline{AM} = 8$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.




B 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke [BC].
Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
[Ergebnis: $\overline{BC} = 12$ cm] 3 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [MS] und das Maß $\varepsilon$ des Neigungswinkels der Seitenfläche BCS gegen die Grundfläche ABC.
[Ergebnisse: $\overline{MS} = 12{,}81$ cm; $\varepsilon = 51{,}34°$] 2 P

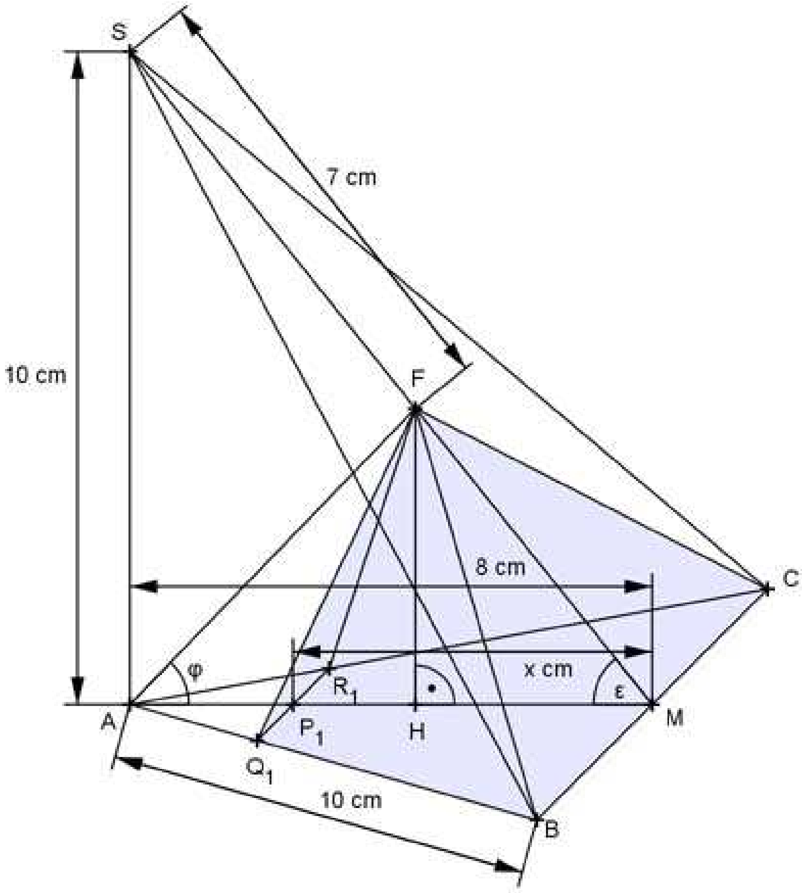
B 2.3 Für den Punkt F gilt: $F \in [MS]$ und $\overline{SF} = 7$ cm.
Zeichnen Sie den Punkt F in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann das Maß $\varphi$ des Winkels MAF durch Rechnung. 4 P

B 2.4 Punkte $Q_n \in [AB]$ und Punkte $R_n \in [AC]$ sind zusammen mit den Punkten B und C die Eckpunkte von Trapezen $Q_nBCR_n$. Die Mittelpunkte der Strecken $[Q_nR_n]$ sind die Punkte $P_n$. Es gilt: $Q_nR_n \parallel BC$ und $\overline{MP_n} = x$ cm $(0 < x < 8;\ x \in \mathbb{R})$.
Zeichnen Sie für $x = 5{,}5$ das Trapez $Q_1BCR_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecken $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von x.
[Ergebnis: $\overline{Q_nR_n}(x) = (12 - 1{,}5x)$ cm] 2 P

B 2.5 Die Trapeze $Q_nBCR_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $Q_nBCR_nF$ mit der Spitze F.
Zeichnen Sie die Pyramide $Q_1BCR_1F$ und ihre Höhe [FH] mit dem Höhenfußpunkt $H \in [AM]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich das Volumen V der Pyramiden $Q_nBCR_nF$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt:
$V(x) = (-1{,}14x^2 + 18{,}16x)\ \text{cm}^3$. 3 P

B 2.6 Das Volumen der Pyramide $Q_2BCR_2F$ beträgt 25% des Volumens der Pyramide ABCS.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 3 P

**2.0, 2.2, 2.4, 2.5**




**2.1**

Satz von Pythagoras im Dreieck ABM:

$AB^2 = AM^2 + BM^2$ | $-AM^2$

$BM^2 = AB^2 - AM^2 = 10^2 - 8^2 = 36\ cm^2$ |√

BM = 6 cm --> **BC =** 2 * BM = 2 * 6 cm = **12 cm**

**2.2**

Satz von Pythagoras im Dreieck AMS:

$MS^2 = AM^2 + AS^2$

$MS^2 = 8^2 + 10^2 = 164\ cm^2$ |√

**MS = 12,81 cm**

$\tan \varepsilon = \frac{AS}{AM} = \frac{10\ cm}{8\ cm} = 1{,}25$ --> **ε = 51,34°**

**2.3**

Kosinussatz im Dreieck AMF:

$MF = MS - 7\ cm = 12{,}81\ cm - 7\ cm = 5{,}81\ cm$

$AF^2 = AM^2 + MF^2 - 2 * AM * AF * \cos\varepsilon$

$AF^2 = 8^2 + 5{,}81^2 - 2 * 8 * 5{,}81 * \cos 51{,}34°$

$AF^2 = 39{,}68\ cm^2 \ |\sqrt{\ }$

$AF = 6{,}3\ cm$

Sinussatz:

$$\frac{MF}{\sin\varphi} = \frac{AF}{\sin\varepsilon}$$

Über Kreuz multipliziert.

$MF * \sin\varepsilon = AF * \sin\varphi \ | :AF$

$$\sin\varphi = \frac{MF * \sin\varepsilon}{AF} = \frac{5{,}81\ cm * \sin 51{,}34°}{6{,}3\ cm} = 0{,}7201 \rightarrow \boldsymbol{\varphi = 46{,}06°}$$

**2.4**

Strahlensatz:

$$\frac{QR}{BC} = \frac{AM - x}{AM} \ | * BC$$

$$QR = \frac{(AM - x) * BC}{AM} = \frac{(8\ cm - x) * 12\ cm}{8\ cm}$$

$\boldsymbol{QR_{(x)} = 12 - 1{,}5x \quad cm}$

**2.5**

Im Dreieck HMF gilt:

$$\sin\varepsilon = \frac{HF}{MF} \ | *MF$$

$HF = MF * \sin\varepsilon = 5{,}81\ cm * \sin 51{,}34° = 4{,}54\ cm$

$$V_{(x)} = \frac{\frac{BC + QR}{2} * x * HF}{3} = \frac{(BC + QR) * x * HF}{6}$$

$$V_{(x)} = \frac{[(12 + (12 - 1,5x)] * x * 4,54}{6} \text{ cm}^3$$

$$\mathbf{V_{(x)}} = \frac{(24- 1,5x) * x * 4,54}{6} = \mathbf{18,16x - 1,14x^2}$$

**2.6**

$$V_{ABCS} = \frac{\frac{BC * MA}{2} * AS}{3} = \frac{BC * AM * AS}{6}$$

$$V_{ABCS} = \frac{12 \text{ cm} * 8 \text{ cm} * 10 \text{ cm}}{6} = 160 \text{ cm}^3$$

25% davon --> Prozentfaktor 0,25

$160 \text{ cm}^3 * 0,25 = 40 \text{ cm}^3$

$40 = 18,16x - 1,14x^2 \mid -40$

$- 1,14x^2 + 18,16x - 40 = 0$

A,B,C - Formel:

A = - 1,14, B = 18,16, C = - 40

$$x_{1,2} = \frac{- 18,16 \pm \sqrt{18,16^2-(4*(-1,14)*(-40))}}{2 * (-1,14)} = \frac{- 18,16 \pm \sqrt{147,39}}{-2,28}$$

$$x_{1,2} = \frac{- 18,16 \pm 12,14}{- 2,28}$$

**$x_1$ = 2,64 cm**

$x_2$ = 13,29 keine Lösung > AM = 8 cm