

**Aufgabe A 3**

**Haupttermin**

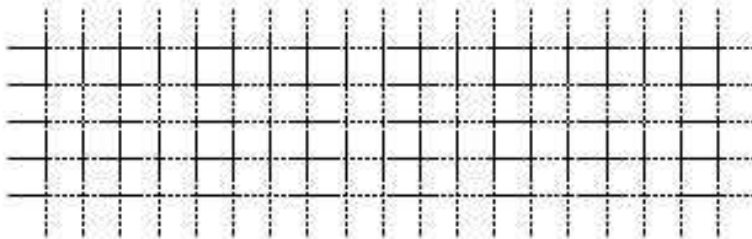
- A 3.0 Gegeben sind Dreiecke  $PQ_nR$  mit den Seitenlängen  $\overline{PQ_n} = 3 \text{ cm}$  und  $\overline{PR} = 8 \text{ cm}$ . Die Winkel  $\angle Q_nPR$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 90^\circ[$ .

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Dreieck  $PQ_1R$  für  $\varphi = 30^\circ$ .



- A 3.1 Geben Sie die Länge der Strecken  $[Q_nR]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  an.

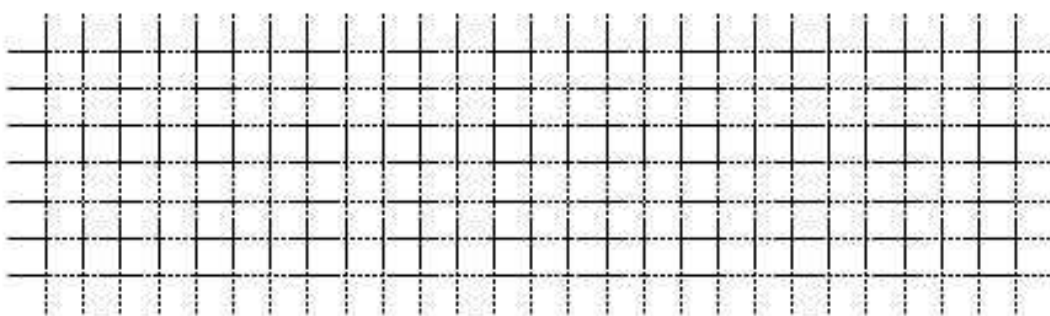
1 P



- A 3.2 Die Dreiecke  $PQ_nR$  rotieren um die Gerade  $PR$ . Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Oberflächeninhalt  $O$  der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$O(\varphi) = 3 \cdot \pi \cdot \sin \varphi \cdot (3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos \varphi}) \text{ cm}^2.$$

2 P



- A 3.3 Die entstehenden Rotationskörper setzen sich jeweils aus zwei Kegeln zusammen. Berechnen Sie, für welches Winkelmaß  $\varphi$  der Mantelflächeninhalt des Kegels mit der Spitze  $P$  einen Anteil von 30% am Oberflächeninhalt  $O$  des entstehenden Rotationskörpers hat.

2 P



### 3.1

Kosinussatz in einem beliebigen Dreieck QPR:

$$QR^2 = QP^2 + PR^2 - 2 * QP * PR * \cos \varphi$$

$$QR^2 = 3^2 + 8^2 - 2 * 3 * 8 * \cos \varphi \quad \text{cm}^2$$

$$QR^2 = 73 - 48 * \cos \varphi \quad | \sqrt{\quad}$$

$$QR_{(\varphi)} = \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi} \quad \text{cm}$$

### 3.2

$$O = M_1 + M_2 \quad \text{cm}^2$$

$$O = \pi * QS * QP + \pi * QS * QR \quad \text{cm}^2$$

Im Dreieck QSP gilt:

$$\sin \varphi = \frac{QS}{QP} \quad | * QP$$

$$QP * \sin \varphi = QS$$

$$QS = \sin \varphi * 3 \text{ cm}$$

$$O = \pi * \sin \varphi * 3 * 3 \text{ cm}^2 + \pi * \sin \varphi * 3 * \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi} \text{ cm}^2$$

$$O_{(\varphi)} = \pi * \sin \varphi * 3 * (3 + \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi}) \text{ cm}^2$$

### 3.3

30% entspricht dem Prozentfaktor 0,3.

$$0,3 * O = 0,3 * \pi * \sin \varphi * 3 * (3 + \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi})$$

$$0,3 * O = 0,9 * \pi * \sin \varphi * (\sqrt{73 - 48 * \cos \varphi})$$

$$M_1 = \pi * \sin \varphi * 3 * 3 \text{ cm}^2 = 9 * \pi * \sin \varphi$$

$$9 * \pi * \sin \varphi = 0,9 * \pi * \sin \varphi * (3 + \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi}) \quad | : \pi * \sin \varphi$$

$$9 = 0,9 * (3 + \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi}) \quad | : 0,9$$

$$10 = 3 + \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi} \quad | -3$$

$$7 = \sqrt{73 - 48 * \cos \varphi} \quad | ^2$$

$$49 = 73 - 48 * \cos \varphi \quad | -73$$

$$-24 = -48 * \cos \varphi \quad | :(-48)$$

$$0,5 = \cos \varphi \quad \rightarrow \quad \varphi = 60^\circ$$