Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+3)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S des Graphen der Funktion f_1 mit der x-Achse und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-2,8; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 10$; $-3 \leqq y \leqq 6$. 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung der Funktion f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Punkte $C_n(x \mid \log_2(x+3)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $M_n(x \mid \log_2 x)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Für $x > 0$ sind die Punkte C_n zusammen mit Punkten A_n und B_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Basen $[A_nB_n]$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Basen $[A_nB_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[M_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$$\overline{M_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right] \text{LE}.$$ 1 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 15 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes C_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

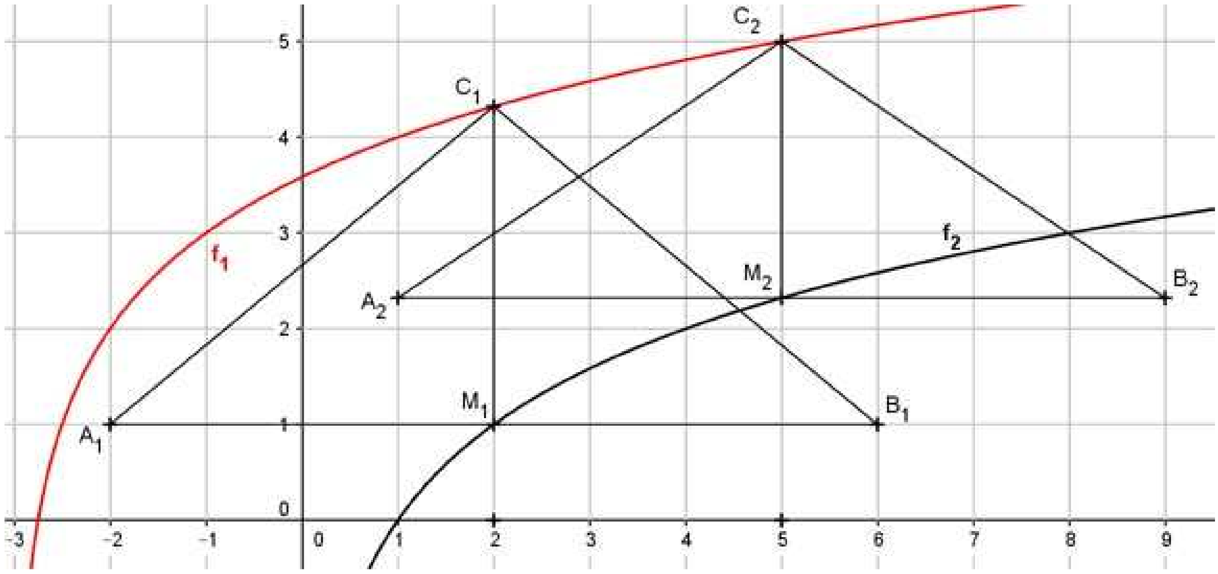
B 1.6 Das Dreieck $A_4B_4C_4$ ist gleichseitig.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.7 Der Eckpunkt A_5 des Dreiecks $A_5B_5C_5$ liegt auf dem Graphen zu f_1.
Ermitteln Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes A_5. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

1.0, 1.1, 1.3

Wertetabelle zu f_1:

x	- 2,8	-2	0	2	4	6	9
y_1	- 0,32	2	3,58	4,32	4,8	5,17	5,58



1.1

Definitionsmenge zu f_1:

x > -3, weil der Ausdruck $\log_2(x + 3)$ für $x \leq -3$ nicht definiert ist. -->

Asymptote h:

x = - 3

Wertemenge zu f_1:

$-\infty < y < \infty$

$0 = \log_2(x + 3) + 2 \mid -2$

$-2 = \log_2(x + 3)$

Entlogarithmiert:

$2^{-2} = x + 3$

$0,25 = x + 3 \mid -3$

$x = -2,75$

$S(-2{,}75|0)$

1.2

$x' = x + 3 \mid -3$

$x = x' - 3$

$y' = \log_2(x' - 3 + 3) + 2 - 2$

$y' = \log_2 x'$

1.4

$MC = y_C - y_M = \log_2(x + 3) + 2 - \log_2 x$

$$MC_{(x)} = \log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right) + 2 \text{ LE}$$

1.5

$A = 0{,}5 * AB * MC$ FE

$$A = 0{,}5 * 8 * \left(\log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right) + 2\right)$$

$$15 = 4 * \log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right) + 8 \mid -8$$

$$7 = 4 * \log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right) \mid :4$$

$$1{,}75 = \log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right)$$

Entlogarithmiert:

$$2^{1{,}75} = \frac{x + 3}{x} \mid *x$$

$3{,}36 * x = x + 3 \mid -x$

$2,36 * x = 3 \;|:2,36$

$x = 1,27$

1.6

MC entspricht der Höhe in dem gleichseitigen Dreieck.

Die Höhe in einem gleichseitigen Dreieck berechnet man mit a/2 * √3.

Mit a = 8 LE

$8/2 * \sqrt{3} = 6,93$ LE

$$6,93 = \log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right) + 2 \;|-2$$

$$4,93 = \log_2 \left(\frac{x + 3}{x}\right)$$

Entlogarithmiert:

$$2^{4,93} = \frac{x + 3}{x} \;| *x$$

$30,48 * x = x + 3 \;|-x$

$29,48 * x = 3 \;|\; 29,48$

$x = 0,10$

$C_4(0,10|\log_2(0,1 + 3) + 2 = 3,63)$

$C_4(0,1|3,63)$

1.7

Liegt A_5 auf f_1, dann ist die x-Koordinate von M_5 gleich der x-Koordinate von $A_5 + 4$.

$\log_2 (x + 3) + 2 = \log_2 (x + 4) \;|\; - \log_2 (x + 3)$

$2 = \log_2 (x + 4) - \log_2 (x + 3)$

$$2 = \log_2 \left(\frac{x + 4}{x + 3}\right)$$

Entlogarithmiert:

$$2^2 = \frac{x + 4}{x + 3} \quad | \; *(x + 3)$$

$4 * (x + 3) = x + 4$

$4x + 12 = x + 4 \; | \; -x$

$3x + 12 = 4 \; | \; -12$

$3x = - 8 \; | \; :3$

$x = - 2{,}67$