Prüfungsaufgaben Aufgabe 153

Prüfungsdauer:
150 Minuten

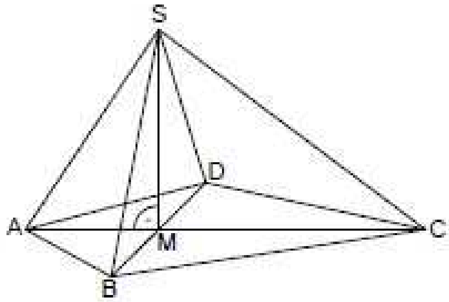
# Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

## Mathematik II

**Aufgabe B 2** **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit der Geraden AC als Symmetrieachse ist.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD.




Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$;
$\overline{AM} = 4\text{ cm}$; $\overline{CS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS] und das Maß des Winkels SCM.
[Ergebnisse: $\overline{MS} = 6\text{ cm}$; $\sphericalangle SCM = 36{,}87°$] 4 P

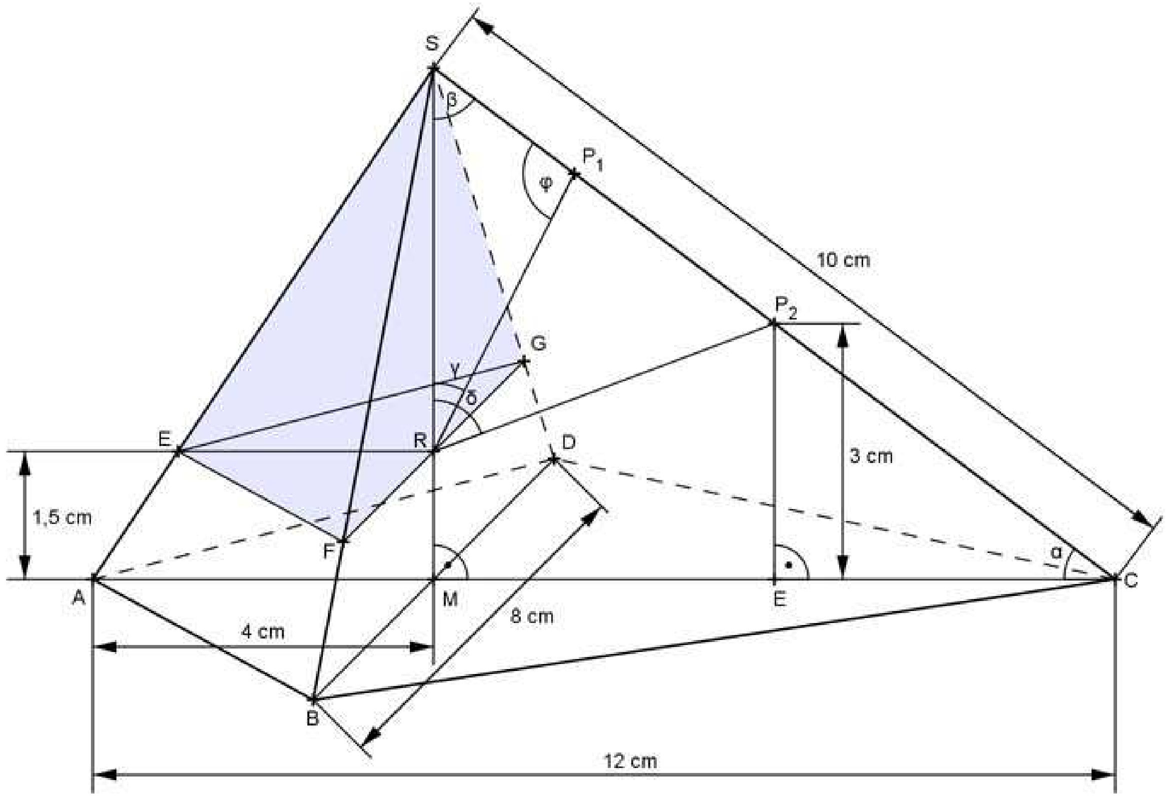
B 2.2 Der Punkt $R \in [MS]$ mit $\overline{MR} = 1{,}5\text{ cm}$ ist der Mittelpunkt der Strecke [FG] mit $F \in [BS]$ und $G \in [DS]$. Es gilt: $FG \parallel BD$.
Zeichnen Sie die Strecke [FG] in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [FG].
[Ergebnis: $\overline{FG} = 6\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Die Punkte F und G sind zusammen mit dem Punkt $E \in [AS]$ die Eckpunkte des Dreiecks EFG, wobei gilt: $ER \parallel AM$.
Zeichnen Sie das Dreieck EFG in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide EFGS am Volumen der Pyramide ABDS. 4 P

B 2.4 Punkte $P_n$ liegen auf der Strecke [CS], wobei die Winkel $SP_nR$ das Maß $\varphi$ haben mit $\varphi \in ]26{,}25°; 126{,}87°[$.
Zeichnen Sie das Dreieck $P_1SR$ für $\varphi = 100°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[RP_1]$ und den Flächeninhalt des Dreiecks $P_1SR$.
[Ergebnis: $\overline{RP_1} = 3{,}66\text{ cm}$] 3 P

B 2.5 Der Abstand des Punktes $P_2$ von der Geraden AC ist 3 cm.
Zeichnen Sie den Punkt $P_2$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß des Winkels $SP_2R$. 4 P

## 2.0 - 2.5




## 2.1

Satz von Pythagoras im Dreieck MCS:

MC = AC - AM = 12 cm - 4 cm = 8 cm

$CS^2 = MC^2 + MS^2 \mid -MC^2$

$MS^2 = CS^2 - MC^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \mid \sqrt{}$

**MS = 6 cm**

Im Dreieck MCS gilt:

$$\tan \alpha = \frac{MS}{MC} = \frac{6\text{ cm}}{8\text{ cm}} = 0{,}75 \rightarrow \boldsymbol{\alpha = 36{,}87°}$$

## 2.2

Strahlensatz:

SR = SM - RM = 6 cm - 1,5 cm = 4,4 cm

$$\frac{FG}{BD} = \frac{SR}{SM} \quad | \cdot BD$$

$$\mathbf{FG} = \frac{SR \cdot BD}{SM} = \frac{4{,}5\ cm \cdot 8\ cm}{6\ cm} = \mathbf{6\ cm}$$

**2.3**

$$V_{ABDS} = \frac{0{,}5 \cdot AM \cdot BD \cdot MS}{3} = \frac{0{,}5 \cdot 4\ cm \cdot 8\ cm \cdot 6\ cm}{3} = 32\ cm^3$$

Strahlensatz:

$$\frac{ER}{AM} = \frac{SR}{MS} \quad | \cdot AM$$

$$ER = \frac{SR \cdot AM}{MS} = \frac{4{,}5\ cm \cdot 4\ cm}{6\ cm} = 3\ cm$$

$$V_{EFGS} = \frac{0{,}5 \cdot FG \cdot ER \cdot RS}{3} = \frac{0{,}5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4{,}5}{3}\ cm^3 = 13{,}5\ cm^3$$

Verhältnisgleichung:

$32\ cm^3 : 100\% = 13{,}5\ cm^3 : x\%$

$13{,}5 \cdot 100 = 32 \cdot x \quad | :32$

$$\mathbf{x} = \frac{13{,}5 \cdot 100}{32} = \mathbf{42{,}19\%}$$

**2.4**

Sinussatz im Dreieck $RP_1S$:

$\beta = 90° - \alpha = 90° - 36{,}87° = 53{,}13°$

$$\frac{RP_1}{\sin \beta} = \frac{RS}{\sin \varphi} \quad | \cdot \sin \beta$$

$$RP_1 = \frac{RS * \sin\beta}{\sin\varphi} = \frac{4{,}5\text{ cm} * \sin 53{,}13°}{\sin 100°} = 3{,}66\text{ cm}$$

$\gamma = 180° - \varphi - \beta = 180° - 100° - 53{,}13° = 26{,}87°$

$A_{P1SR} = 0{,}5 * RS * RP1 * \sin\gamma = 0{,}5 * 4{,}5\text{ cm} * 3{,}66\text{ cm} * \sin 26{,}87°$

**$A_{P1SR} = 3{,}72\text{ cm}^2$**

**2.5**

Strahlensatz:

$$\frac{EP_2}{MS} = \frac{CP_2}{CS} \quad | * CS$$

$$CP_2 = \frac{CS * EP_2}{MS} = \frac{10\text{ cm} * 3\text{ cm}}{6\text{ cm}} = 5\text{ cm}$$

Sinussatz im Dreieck $RP_1S$:

$\delta = 180° - (\beta + \varphi) = 180° - (53{,}13° + \varphi)$

$\sin\delta = \sin(180° - (\beta + \varphi) = \sin(\beta + \varphi)$

$$\frac{P_1S}{\sin\delta} = \frac{RS}{\sin\varphi}$$

Über Kreuz multipliziert:

$P_1S * \sin\varphi = RS * \sin\delta$

$5 * \sin\varphi = 4{,}5 * \sin(53{,}13° + \varphi) \quad | :5$

$\sin\varphi = 0{,}9 * (\sin 53{,}13° * \cos\varphi + \cos 53{,}13° * \sin\varphi)$

$\sin\varphi = 0{,}72 * \cos\varphi + 0{,}54 * \sin\varphi \quad | :\cos\varphi$

$\tan\varphi = 0{,}72 + 0{,}54 * \tan\varphi \quad | -0{,}54 * \tan\varphi$

$0{,}46 * \tan\varphi = 0{,}72 \quad | :0{,}46$

$\tan\varphi = 1{,}5652$ --> **$\varphi = 57{,}43°$**